Original Article

한국심리학회지 : 발달
The Korean Journal of Developmental Psychology
2022, Vol. 35, No. 2, 25-43

ISSN(Print) 1229-0718
ISSN(Online) 2671-6542
https://doi.org/10.35574/KJDP.2022.6.35.2.25

The Korean Journal of Developmental Psychology

초등학교 1,2학년 아동의 수 감각 정확도와 심적 표상: 수직선 추정 과제를 중심으로*

Received: March 25, 2022
Revised: May 27, 2022
Accepted: May 31, 2022

임수현
한양대학교 교육학과/ 교수

교신저자: 임수현
한양대학교 교육학과
서울시 성동구 왕십리로 222

E-MAIL:
edupsy@hanyang.ac.kr

Examining first and second graders' number sense acuity and their mental representation using a numberline estimation task

Soo-hyun Im
Department of Education, Hanyang University/ Professor

* 이 논문은 2021년도 교육부의 재원으로 한국연구재단 인문사회 신진연구자지원 사업(NRF. 2021S1A5A8061509) 지원을 받아 수행된 연구임.

ABSTRACT

수 감각은 수를 읽고 수가 나타내는 크기와 관계를 이해하는 것으로 수학 학습의 근간이 되는 능력이다. 본 연구에서는 수직선 추정 과제를 통하여 초등학교 1학년(n= 47)과 2학년(n= 34) 학생의 수 감각 정확도, 심적 표상, 문제풀이해결전략을 분석하였다. 1학년 학생은 0-100 수직선 추정 과제를, 2학년 학생은 0-100, 0-1000 수직선 추정 과제를 완성하였다. 연구 결과 2학년은 1학년보다 주어진 숫자가 나타내는 수의 크기를 수직선에 더 정확하게 표시하였다. 또한 2학년은 1학년보다 기준점(예: 중간지점)을 활용하는 전략을 수직선 추정 과제에 더 많이 사용하였다. 마지막으로 1,2학년 모두 선형 모델이 로그형 모델보다 0-100, 0-1000사이의 숫자를 수직선 상에 표상한 결과의 패턴을 더 잘 설명하였다. 정리하면, 학년이 높을수록 수 감각 정확도와 사용하는 전략이 정교해지고 심적 표상의 선형성이 뚜렷해짐을 보여준다. 아울러 본 연구에서 확인된 높은 수 감각 정확도와 선형성은, 십진법 체계를 잘 나타내는 한국어 숫자표현의 이점을 반영한 결과로도 해석할 수 있겠다.

주요어 : 수 감각, 수직선 추정, 수 개념 발달

수 감각(number sense)은 수를 읽고 수가 나타내는 크기와 관계를 이해하는 능력으로, 수학 학습의 근간이 되는 중요한 기초학습능력이다(Dehaene, 2011). 수가 나타내는 순서와 양에 대한 이해 없이는 수를 셀 수 없고, 두 수의 크고 작음을 비교할 수 없으며, 간단한 사칙연산도 수행할 수 없다. 예를 들어 5-2의 뺄셈 문제를 풀기 위해서는 숫자 5가 2보다 크다는 것을 이해하고, 5이전의 숫자인 4와 3을 알고 있어야 한다. 또한 수 감각은 아동의 초기 인지발달을 가늠할 수 있는 중요한 발달지표이다. 대략적으로 3-6세의 아동은 10까지의 수를, 7-8세 아동은 100까지의 수를, 9-10세 아동은 1,000까지의 수를, 10세 이상의 아동은 10,000 이상의 수를 읽고 이해할 수 있는지를 관찰함으로써 인지 발달이 잘 이루어지고 있는지를 가늠할 수 있다(Siegler, 2016).

이러한 수 감각의 중요성은 아동의 수 감각이 향후 학교에서의 학업성취 또는 미래의 직업을 예측하는 주요 변인인지를 분석한 종단 연구 결과에서도 찾을 수 있다. Duncan et al.(2007)은 6-8세 아동의 수에 대한 감각은 향후 학교에서의 수학 학업성취도뿐만 아니라 읽기 학업성취도에도 영향을 미치는 가장 중요한 변인임을 확인하였다. Ritchie와 Bates(2013)는 7세 때 수학 실력이 좋았던 사람일수록, 35년 뒤 42세 때의 사회경제적 지위가 높게 나타나는 경향을 보고하였다.

인지 심리학 및 수학 교육 연구에서는 이러한 수 감각의 중요성을 인식하고, 아동의 수 감각을 진단하고 발달 양상을 추적하기 위한 다양한 검사도구를 개발하였다(예: 방정숙, 2005; McIntosh et al., 1995). 특별히 수 인지(numerical cognition) 연구에서는 두 양의 크기를 직관적으로 비교하는 과제(non-symbolic number comparison), 두 수의 크기를 비교하는 과제(symbolic number comparison), 숫자를 순서대로 배열하는 과제(number ordering), 수의 크기를 수직선에 나타내는 과제(numberline estimation) 등에서 기록되는 문제 풀이의 정확도(accuracy)와 반응 속도(response time)를 분석하여 아동의 수 감각을 측정하고 있다(De Smedt et al., 2009; Halberda et al., 2008; Lyons & Beilock, 2011; Siegler & Opfer, 2003).

본 연구에서는 수 인지 분야의 수 감각 검사 도구 중, 수직선 추정(numberline estimation, 이하 NLE) 과제를 이용해서 초등학교 1,2학년 학생의 수 감각을 알아보고자 하였다. NLE 과제는 보편적으로 주어진 숫자의 위치를 수직선 상에 표시하게(number-to-position) 하는 과제로서, 수가 나타내는 양적 크기(numerical magnitude)를 공간에 얼마나 정확하게 표상하였는지 분석을 통해 수 감각을 측정할 수 있다(Siegler & Opfer, 2003). 구체적으로 주어진 숫자의 수직선 상 실제 위치와 추정한 위치의 차이를 나타내는 추정오차(PAE: Percentage of absolute error)는 수 감각의 정확성을 나타내는 지표로, 실제 위치와 추정 위치 두 변인의 관계성은, 수 감각의 심적 표상(mental representation)을 나타내는 지표로, 아동의 수 감각 발달 연구에서 활발히 이용되고 있다(Siegler & Booth, 2004).

아동의 수 감각 발달 특징을 NLE 과제를 통해 분석한 선행연구를 살펴보면 다음과 같은 공통점을 찾을 수 있다. 첫째, 학년이 높을수록 수 감각이 정확해진다는 점이다(Ashcraft & Moore, 2012; Siegler & Booth, 2004). Siegler와 Booth(2004)의 0-100(시작지점 0과 끝지점의 100 숫자만 표시된 빈 수직선) NLE 결과를 살펴보면, 추정오차 값

이 유치원생 27%, 1학년 18%, 2학년 15%로 주어진 숫자의 실제 위치와 추정한 위치의 거리가 가까워지는 것을 확인할 수 있다. 이러한 결과는 0-1000과 같은 더 큰 범위의 NLE 과제에서도 확인이 되며, 동일한 학생을 추적한 종단연구에서도 확인이 된다(Praet & Desoete, 2014; Reeve et al., 2015).

둘째, 학년이 높을수록, 수 감각 심적 표상이 로그형에서 선형으로 변하면서 수 감각이 더 정교해진다는 점이다(Siegler, 2016). 수 감각에서 논의되는 로그형 표상은 작은 수가 나타내는 양적 크기를 과대 추정하고 큰 수가 나타내는 양적 크기를 과소 추정하게 될 때 나타나는 패턴이다. 이러한 패턴은 수 감각 발달이 아직 완성되지 않은 초기 학습자에게 흔히 나타난다. 예를 들어 1에서 10까지의 수가 익숙하지 않은 5세 아동에게는 2와 3사이의 거리는 7과 8사이의 거리보다 훨씬 더 크게 느껴진다. 따라서, 로그형 모델의 수 감각 표상을 가진 아동은 수가 나타내는 양적 크기를 왜곡하여 수직선에 부정확하게 표시한다. 이러한 부정확성은 정신물리학의 베버-페히너의 법칙(Weber-Fechner law)으로도 설명이 가능한데 초기의 작은 자극(숫자)에서는 조그마한 변화도 쉽게 감지가 되지만, 숫자의 크기가 커지게 되면 동일한 변화를 감지하기 위해서는 더 큰 변화가 필요함을 나타낸다(Dehaene, 2003).

반면에 선형 표상은 로그형 표상과 달리 수의 크기에 정비례하여 양적 크기를 추정할 때 나타나는 패턴이다. 이러한 패턴은 수가 나타내는 의미와 크기를 충분히 이해한 학습자에게 나타나며, 학년이 높을수록 수 감각 심적 표상이 선형인 학생의 비율이 높다. Siegler와 Booth(2004) 연구 결과를 살펴보면, 0-100 NLE 학년별 결과에서 유치원생과 1학년 학생은 로그형 모델이, 2학년 학생은 선형 모델이 주어진 숫자의 실제 위치와 추정한 위치의 관계를 가장 잘 나타내는 것으로 드러났다. 이러한 결과는 개인별 결과에서도 동일하게 나타나는데 과반의 유치원생(81%)과 1학년 학생(64%)은 로그형 모델이, 과반의 2학년 학생(55%)은 선형 모델이 수 감각 심적 표상을 더 잘 설명하였다. 이와 유사하게 Opfer와 Siegler(2007)의 0-1000 NLE 결과에서도 학년별 개인별 결과 모두, 2학년 학생은 로그형 모델이, 4학년 학생은 선형 모델이 수 감각 심적 표상을 더 잘 설명하는 것으로 나타났다. 즉 발달 단계에 따라 수 감각 심적 표상이 로그형 모델에서 선형 모델로 변하는 것은 모든 수의 범위에서 나타나며, 특별히 학년이 높을수록 더 큰 수를 수직선에 선형으로 정확하게 표시할 수 있음을 알 수 있다.

셋째, 학년이 높을수록, 주어진 숫자의 위치를 추정하기 위하여 시작지점, 중간지점, 끝지점과 같은 기준점을 활용하는 전략의 빈도가 높아진다는 점이다(Peeters et al., 2016, 2017). 예를 들어 0-100 NLE 과제에서 숫자 53의 위치를 추정하기 위해, 0에서부터 53까지의 수를 세어서 위치를 찾는 것이 아니라, 빈 수직선의 중간지점을 기준으로 약간 오른쪽 지점을 찾는 전략을 사용하는 것이다. 실제 0-100 수직선 상에 표시된 위치가 나타내는 숫자를 추정(position-to-number)하는 NLE 과제에서 초등학생이 사용한 문제해결전략을 분석한 연구에 따르면, 1,2학년의 경우 중간지점을 사용한다는 응답 비율이 19%와 23%인데 비해, 3학년은 52%로 과반이 사용함을 보고하였다(Petitto, 1990). 이와 같은 중간지점의 적절한 사용은 수 감각 정확도를 높여주는 데 기여하는 것으로 보인다. Xu와 LeFevre(2016)의 0-10 NLE 과제 결과에 따

르면, 4-6세의 아동은 수직선 중간지점이 표시되지 않은 버전보다, 수직선 중간지점에 5라고 표시된 버전에서의 추정오차 값이 더 낮았다.

기준점의 사용은 더 큰 범위의 NLE 과제에서도 수 감각 정확도를 높여주는 것으로 확인이 된다 (Peeters et al., 2016, 2017). 한 예로 Peeters et al.(2017)의 0-1000 NLE 과제 결과에 따르면, 3학년 학생은 빈 수직선보다 수직선에 사분위지점(i.e., 수직선의 1/4, 2/4, 3/4 지점)과 이에 상응하는 250, 500, 750 라벨이 제시된 수직선에서, 사분위 기준점을 활용한 전략(quartile-based strategy)의 사용 빈도가 높았고, 추정오차 값도 더 낮게 나타나는 결과를 보였다. 그리고 6학년 학생은 라벨이 없는 수직선에서도 사분위전략 사용 비율과 수 감각 정확도가 빈 수직선보다 더 높게 나타나는 결과를 보였다. 즉 학년이 높을수록 수에 대한 감각과 크기를 어림하는 능력이 향상되면서 주요 기준점이 나타내는 수의 크기를 알고, 해당 기준점을 주어진 숫자의 위치를 추정할 때 적절히 사용할 수 있음을 알 수 있다.

지금까지 살펴본 NLE 과제에서 나타난 아동의 수 감각 발달 공통점을 요약하면 학년이 높을수록 수 감각 정확도와 심적 표상이 선형인 학생의 비율이 높아지며, 이러한 경향은 점점 더 큰 수의 범위로 확대되는 것을 알 수 있다. 이와 더불어 문제해결전략 측면에서도 주어진 숫자의 위치를 추정하는 데 도움이 되는 기준점을 효과적으로 활용하는 비율이 높아짐을 알 수 있다. 하지만 이러한 결과는 해외에서 이루어진 연구에 국한된 결과로, 국내 아동의 수 감각 발달의 특징으로 일반화하기에는 무리가 있다. 한국을 비롯한 동아시아권 국가 아동의 경우 미국 유럽을 비롯한 서구권 아동에 비해 뛰어난 자릿수 개념과 연산 실력을 가지고 있는 점을 고려했을 때(Geary et al., 1996; Miura et al., 1993), 주어진 숫자를 수직선에 표상하는 정확도가 더 정확하거나, 선형 수 감각 심적 표상이 더 이른 시기에 나타나거나, 기준점을 효과적으로 활용하는 빈도가 더 높게 나타날 수도 있음을 추론할 수 있다.

수 감각에 대한 수 인지 분야의 국내 연구 동향을 살펴보면 두 양의 크기나 길이를 직관적으로 비교하는 과제 등을 통해 아동의 수 감각을 진단한 연구는 다수 찾을 수 있다(예: 권나연 외, 2019; 장세림 외, 2015, 조우미, 이순형, 2017). 이에 비해 상대적으로 NLE 과제를 활용하여 아동의 수 감각을 진단한 국내 연구는 충분하지 않은 실정이다. 일부 김양권과 홍진곤(2018)의 연구에서 1-6학년 학생의 0-100 NLE 과제 결과를 분석하여, 학년이 높을수록 숫자를 수직선에 표시하는 정확도가 높아지고, 전반적으로 50 이하의 수는 과대 추정을 하고, 50 이상의 수는 과소 추정하는 경향이 있음을 밝혀냈다. 하지만 해당 연구는 측정에 사용한 12개의 숫자와 해당 숫자의 위치를 표시하기 위해 필요한 12개의 수직선을 한 페이지에 일렬로 제시하여, 각 숫자별 순수한 수 감각을 측정하는 데 한계점을 보였다. 그 외 김나래와 조수현(2017)의 연구에서 1학년 아동의 주어진 숫자를 수직선에 정확하게 표상하는 능력은 학업성취도와 관련성이 있음을 밝혀내기는 하였지만, NLE 과제에서 보편적으로 사용하는 빈 수직선이 아닌 중간지점이 표시된 수직선을 사용했다는 점에서 후속 연구의 필요성을 보여주고 있다.

이상의 국내외 선행연구를 종합해 보면, 국내의 경우 수직선 추정과제를 통해 수 감각을 진단한 연구가 충분하지 않고, 일부 선행연구가 있지만 수 감각 정확도 분석에 한정되어 있음을 알 수 있다.

해외의 경우 주어진 숫자를 수직선 상에 표상하기 위해 사용하는 문제해결전략 분석에 있어 저학년 학생에 대한 연구가 충분하지 않음을 알 수 있다. 본 연구에서는 이런 선행연구의 미비점을 해소하기 위해 개인 및 학년별 수 감각 정확도와 심적 표상을 함께 분석하고, 초등학교 1,2학년 학생들이 NLE 과제에서 사용한 문제해결전략도 분석하였다. 본 연구에서 살펴본 구체적인 연구 문제는 다음과 같다.

연구 문제 1. 1,2학년 학생들의 수 감각 정확도에 차이가 있는가?

연구 문제 2. 1,2학년 학생들의 수 감각 심적 표상에 차이가 있는가?

연구 문제 3. 수직선 추정과제 문제해결을 위해 1,2학년 학생들이 사용하는 전략은 무엇인가?

방 법

연구대상 및 모집 절차

정규 수학 교육과정 및 아동의 수 인지 발달 수준을 고려하여(Siegler, 2016) 초등학교 1,2학년을 연구 대상자로 선정하였다. 서울 소재 초등학교의 1학년 47명(여학생 15명, 평균 만 7.11세, *SD*=.32), 2학년 34명(여학생 11명, 평균 만 8.22세, *SD*=.27)이 연구에 참여하였다. 참여자 모집은 기관장 및 관련 운영위원회의 동의를 얻어, 00대학교 인근의 1) 초등학교 홈페이지·온라인 가정통신문, 2) 맘카페 게시판, 3) 아파트 게시판에 모집공고 및 신청 설문 링크 게시를 통해 이루어졌다. 학부모의 연구 참여 신청에서 드러난 연구 참여자의 가정교육 환경 특성으로는(2021년 7월 기준) 전체 학생 중, 맞벌이 가정의 비율은 50.6%, 가정에서 주 1회 이상 자녀의 수학 공부를 지도하는 비율은 81.5%, 수학 과목 사교육을 받는 비율은 49.4%였다. 가정교육 환경 특성 분석 결과, 학년에 따른 응답의 유의한 차이는 없었다(표 1 참고).

표 1. 학년별 가정교육 환경 특성(2021년 7월 기준, %)

Characteristics	Responses	1학년(*N*=47)	2학년(*N*=34)	χ^2	*p*
맞벌이 가정	맞벌이	51.1	50.0	.01	.925
	맞벌이 아님	48.9	50.0		
가정에서 자녀 수학 공부지도	거의하지 않음	19.1	17.6	3.91	.271
	1주일 1-2회	27.7	41.2		
	1주일 3-5회	36.2	17.6		
	하루에 1번	17.0	23.5		
수학 과목 사교육 참여 (일주일 평균)	참여하지 않음	42.6	58.8	4.63	.201
	1시간 미만	21.3	8.8		
	1-2시간	21.3	26.5		
	2시간 이상	14.9	5.9		

연구도구

수직선 추정 과제(Numberline estimation task)

수의 크기에 대한 이해와 이를 수직선에 나타내는 심적 표상을 측정할 수 있는 NLE 과제를 사용하였다. 수와 연산 관련 수학 교육과정 기준으로 1학년은 50까지의 수, 덧셈・뺄셈을, 2학년은 세 자리 수, 덧셈・뺄셈・곱셈을 학교에서 배우고 연구에 참여하는 점을 고려하여 1학년은 0-100 NLE 과제만 완성하였고, 2학년은 0-100, 0-1000 순으로 NLE 과제를 완성하였다. 특별히 본 연구에서는 줌(Zoom) 실시간 화상회의 솔루션을 통한 비대면으로 연구가 수행될 수 있도록, Node.js 웹서버에 NLE 과제를 구축하여 실험을 진행하였고, MySQL 서버를 연동하여 데이터를 수집하였다. 학생은 웹서버 환경에서 실험 진행 연구원의 안내에 따라 개인 컴퓨터(노트북=51명, 데스크탑=16명, 태블릿=14명)로 NLE 과제를 완성하였다.

학생들은 그림 1과 같이 시작지점(0)과 끝지점(0-100 수직선은 100, 0-1000 수직선은 1000)만 표시된 빈 수직선에 주어진 숫자가 가진 수의 크기를 나타내는 지점을 마우스로 클릭하였다. 화면에 제시된 숫자의 위치가 수의 크기를 나타내는 지점을 찾는데 기준점으로 활용되지 않도록, 수직선 상단 정중앙에서 왼편으로 약간 이동한 곳에 숫자를 제시하였다.

0-100 NLE에서는 연습 문제로 1개(50)의 숫자를, 실험 문제로 22개(2, 3, 5, 8, 12, 17, 21, 26, 34, 39, 42, 46, 54, 58, 61, 67, 73, 78, 82, 89, 92, 97)의 숫자를 사용하였다. Siegler & Opfer (2003) 연구와 유사하게 선형과 로그형 모델의 선별을 높이기 위해 30 미만의 범위에 있는 숫자를 8개 과대 표집하였다. 0-1000 NLE에서는 연습 문제로 3개(100, 400, 900)의 숫자를, 실험 문제로 24개(6, 18, 59, 97, 123, 165, 211, 239, 344, 383, 420, 458, 542, 580, 617, 656, 761, 789, 835, 876, 903, 941, 982, 994)의 숫자를 사용하였다. 앞서 0-100 NLE에서 언급한 동일한 이유로 300 미만의 범위에 있는 숫자를 8개 과대 표집하였다. 순서 효과(order effect)를 방지하기 위해 실험에 사용된 문제들은 임의의 순서로 학생들에게 각각 다르게 제시되었다.

수 감각 정확도를 측정하기 위해 NLE에서 널리 활용되는 추정오차 (PAE = |actual magnitude - estimated magnitude| ÷ range × 100) 값을 사용하였다. 예를 들어 0-1000 NLE에서 제시된 숫자 617이 가진 수의 크기를 나타내는 지점으로 580에 해당하는 지점을 클릭한 경우 추정오차 값은 |617-580| ÷ 1000 × 100 = 3.7이다. 추정오차 값이 0에 가까울수록, 주어진 숫자의 수직성 상 실제 위치와 추정 위치의 거리가 가깝다는 것으로 수 감각이 정확함을 나타낸다.

수 감각 심적 표상 측정을 위해 주어진 숫자의 수직선 상 실제 위치와 추정한 위치의 관계를 선형

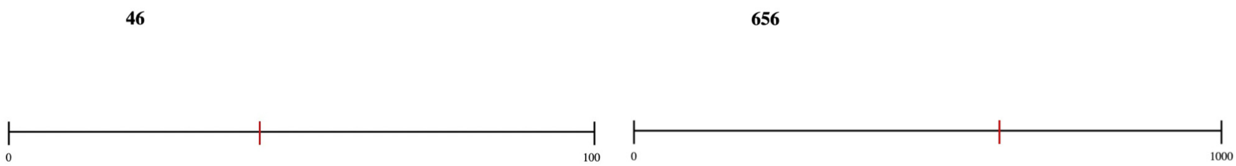

그림 1. 0-100(왼쪽), 0-1000(오른쪽) 수직선 추정 과제(NLE) 실험 문제 Screenshot 및 학생 응답 예시

모델과 로그형 모델로 각각 분석하였다. 분석 후 결정계수(R^2) 값이 큰 모델을 기준으로, 학년별, 개인별 수 감각 심적 표상을 결정하였다. NLE 과제에서 수 감각을 나타내는 심적 표상으로 파워(power) 모델과 같은 다른 이론을 제시하는 학자들도 있으나(예: Barth & Paladino, 2011), 본 연구에서는 빈 수직선을 이용한 수직선 추정과제에서 아동의 수 감각 발달 양상을 설명하기 위해 보편적으로 논의되는 로그형 모델에서 선형 모델로의 전환을 중심으로 결과를 분석하였다(Dehaene et al., 2008; Siegler, 2016).

마지막으로 NLE 과제에서 학생들의 사고과정을 탐색하기 위해, 문제해결전략을 분석하였다. 특별히 본 연구에서는 NLE 과제에서 기준점을 잘 활용하는지 여부를 알아보기 위해, 시작지점, 중간지점, 끝지점에 가까운 숫자를(0-100 NLE:3, 54, 82; 0-1000 NLE:97, 580) 일부 선택해서, 각 숫자별로 학생들이 숫자의 위치를 어떻게 찾았는지 구두로 설명한 응답을 분류하였다. 문제해결전략의 분류는 2명의 평가자(러닝사이언스 전공의 대학원생)가 분류하였고, 평가자 간 일치도는 각 숫자별로 91.2% 이상이었다. 불일치한 전략은 두 평가자 간 토의를 통해 최종적으로 일치시켰다.

연구절차

본 연구는 코로나19 2년 차인 2021년 8월 여름방학 시기에 연구가 수행되었다. 전염병 확산 방지 및 학생의 안전을 위해 모든 실험은 연구 참여 학생과 실험 진행 연구원(연구 윤리 교육을 이수한 2명의 교육학 전공 학부생)의 1:1 줌미팅 실시간 화상회의로 진행되었다. 학생들은 자신의 집에서 부모님의 도움을 받아 개인 컴퓨터(화면 크기 최소 10인치 이상)로 사전에 제시된 줌링크에 접속하였다. 실험 시작 전 연구원은 학생들에게 컴퓨터 주변을 깔끔하게 정리하게 한 후, 한 손만을 사용해서 과제를 수행할 것을 안내하였다.

학생들은 실험 진행 연구원의 안내에 따라 NLE 과제가 탑재되어 있는 URL을 클릭하고, 브라우저 창을 최대한 키운 다음에 NLE 과제를 시작하였다. 학생들은 화면에 나타난 NLE 과제에 대한 설명과 지시문("주어진 수의 크기를 수직선에 나타내기 바랍니다")을 읽고, 연습 문제, 실험 문제 순으로 자신이 생각하는 수직선 상의 지점을 마우스로 클릭하며 NLE 과제를 완성하였다. 실험 도중 학생들에게는 어떠한 피드백도 주어지지 않았다. 단 학생이 한 문제에 1분 이상 머물러 있을 경우, 실험 진행 연구원은 학생에게 주어진 수의 크기를 어림하여 수직선 상에 표시하도록 다시 한 번 안내하였다. 마지막으로 학생들은 자신의 속도에 따라 NLE 과제를 끝마친 직후, 실험에서 제시된 일부 숫자의 위치를 수직선 상에서 어떻게 찾았는지에 대한 실험 진행 연구원의 질문에 구두로 설명하였다. 실험 시간은 1학년 약 20분, 2학년 약 35분 정도였으며 연구 참여에 대한 답례로 아이스크림 기프티콘을 제공하였다.

결 과

기초통계분석 결과, 학생이 사용한 기기의 종류, 성별에 따른 수 감각 정확도의 유의한 차이는 없었다(사용한 기기: $Fs < 1.43$, $ps > .254$; 성별: $ts < 1.95$, $ps > .071$). 따라서 해당 변인들은 결과 분석에 반영하지 않았다. 아래의 결과 분석에서는 연구 문제 중심으로, 수 감각 정확도, 심적 표상, 문제해결전

략의 학년별 차이를 비교하였다. 모든 결과 분석은 SPSS 27.0 프로그램을 사용하였다.

수 감각 정확도

학년에 따라 수 감각 정확도에 차이가 있는지를 검증하기 위한 독립표본 *t*-검정 결과 1학년과 2학년의 0-100 NLE 추정오차는 통계적으로 유의한 차이가 있었다, $t(79)=2.85$, $p=.006$. 1학년은 2학년보다 평균 추정오차 값이 높았다($Ms=7.72$ vs. 5.89, $SDs=3.4$ vs. 2.3). 추가적으로 수직선 범위에 따라 수 감각 정확도에 차이가 있는지를 검증하기 위해 일원반복측정분석을 실시한 결과, 2학년의 0-100 NLE와 0-1000 NLE의 추정오차는 통계적으로 유의한 차이가 있었다, $F(1,33)=16.76$, $p<.001$, $\eta^2_p=.337$. 2학년의 평균 추정오차 값은 0-100 NLE 과제에서 0-1000 NLE 과제보다 낮았다($Ms=5.89$ vs. 10.02, $SDs=2.3$ vs. 6.8). 즉 학년이 높을수록, 수직선 범위가 작을수록, 수의 크기를 수직선에 표상하는 정확도가 높았다.

수 감각 심적 표상

그룹 결과

학년별 수 감각 심적 표상을 가장 잘 설명할 수 있는 모델을 찾기 위해, NLE에 주어진 숫자와(actual magnitude) 해당 숫자를 수직선에 표시한 지점을(median estimate) 입력하여 두 변인의 관계를 나타내는 산점도를 그렸다(그림 2 참고). 이를 바탕으로 두 변인의 함수 관계 파악을 위해 선형회귀분석과 로그회귀분석을 각각 실시하고, 산출된 결정계수 값을 비교하였다. 그림 2에 제시된 것과 같이 모든 결과에서 선형회귀분석을 통해서 산출된 결정계수 값이 로그회귀분석을 통해서 도출된 결정계수 값보다 높게 나타났다(1학년 0-100 NLE:.990 vs. .822, 2학년 0-100 NLE:.994 vs. .816, 2학년 0-1000 NLE:.992 vs. .759). 특별히 2학년 학생의 높은 수 감각 정확도는, 0-100 NLE 선형 모델의 직선 기울기(slope) 값에서 1학년보다 더 1에 가깝게 나오는 결과에서도 나타났다(.947 vs. .881).

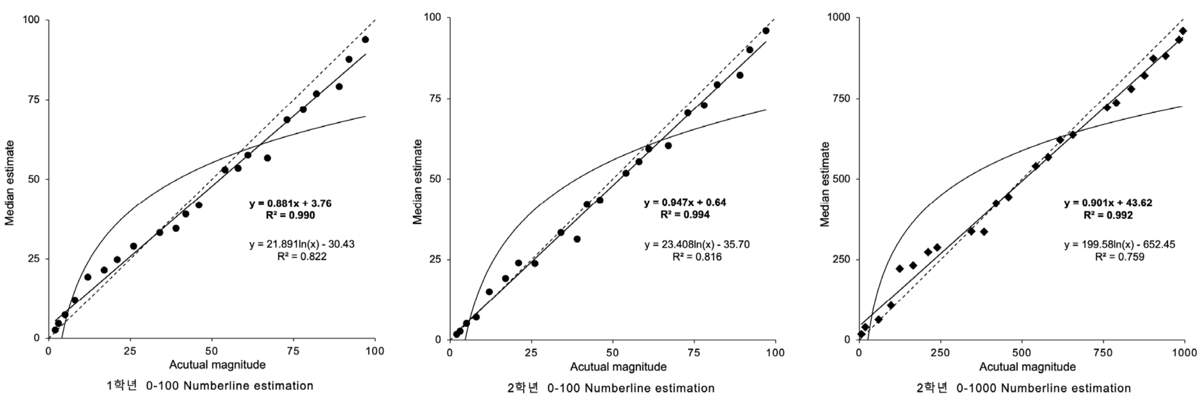

그림 2. 1학년 0-100(왼쪽), 2학년 0-100(가운데), 2학년 0-1000(오른쪽) 수직선 추정(NLE) 과제 결과 산점도, 선형 모델, 로그형 모델. 소수 학생의 극단치 값이 결과에 왜곡을 주는 것을 막기 위해 평균이 아닌 중앙값(Median)을 y변수로 사용함. 대각선으로 표시된 점선은(y=x)은 주어진 숫자의 수직선 상의 실제 위치를 의미함.

개인별 결과

학년별 수 감각 심적 표상 분석에 적용한 동일한 선형회귀분석과 로그회귀분석을 각 개인의 NLE 데이터에 실시하고, 결정계수 값을 비교하였다. 표 2에 제시된 것과 같이 0-100 NLE에서는 1명의 학생을 제외하고 선형 모델이 로그형 모델보다 1,2학년 학생의 수 감각 심적 표상을 더 잘 나타냈다. 0-1000 NLE에서는 2학년 전체 학생 중 76.5%는 선형 모델이, 23.5%는 로그형 모델이 수 감각 심적 표상을 더 잘 나타냈다. 예상대로 수 감각 심적 표상이 선형 모델인 학생은 로그형 모델인 학생보다 수 감각 정확도가 더 높았다(예: 2학년 0-1000 NLE 추정오차, *Ms*=7.12 vs. 19.44, *SDs*=4.5 vs. 3.7, $t(32)=7.00$, $p<.001$).

요약하면, 그룹・개인별 결과 모두 동일하게, 선형 모델이 로그형 모델보다 1,2학년의 학생의 0-100 사이, 2학년 학생의 0-1000 사이의 수 감각 심적 표상을 더 잘 나타냈다.

수직선 추정 과제 문제해결전략

학생들의 사고과정을 파악하기 위해 0-100 NLE에 제시된 3개의 숫자(3, 54, 82)와 0-1000 NLE에 제시된 2개의 숫자(97, 580)를 수직선에 표시하기 위해 학생들이 사용한 문제해결전략을 분석하였다(부록 참고).

먼저 0-100 NLE에 사용된 1,2학년의 문제해결전략에서 두 가지 특징을 찾을 수 있었다. 첫째, 1학년은 2학년보다 제시된 숫자를 수직선에 표시할 때 기준점을 잘 활용하지 못했다. 예를 들어 82의 숫자가 나타내는 수직선의 지점을 찾기 위해 끝지점 또는 중간지점을 활용한 학생의 비율이 2학년은 76.5%였지만, 1학년은 53.2%에 그쳤다. 둘째, 1학년은 2학년보다 제시된 숫자의 위치를 찾기 위해 수 세기(counting)를 더 많이 사용하였다. 예를 들어 숫자 3의 위치를 찾는 전략에서 1학년은 0부터 3까지 수 세기를 가장 많이 사용하였지만(44.7%), 2학년의 사용 비율은 26.5%에 그쳤다. 그 외 전반적으로 1학년은 2학년에 비해 '그냥 짐작, 마음속으로 생각해서, 설명하기 어렵다'와 같은 추측, 설명 어려움의 응답의 비율이 높았다. 즉 1학년은 2학년보다 자신의 사고과정을 설명하는 데 서투른 경향을 보였다.

다음으로 0-1000 NLE에 사용된 문제해결전략의 특징으로는 0-100 NLE에 나타난 특징과 유사하게 2학년 학생들은 기준점을 효과적으로 잘 활용하였

표 2. 학년별 수 감각 심적 표상을 가장 잘 나타내는 모델별(선형 vs. 로그형) 학생의 비율, 결정계수(R^2), 추정오차(PAE)

	선형(linear) 모델			로그형(logarithmic) 모델		
Grade(*N*)	% best fit	R^2	PAE	% best fit	R^2	PAE
0-100 numberline estimation task						
1학년(47)	100	.910	7.72	0	NA	NA
2학년(34)	97.1	.956	5.75	2.9	.914	10.65
0-1000 numberline estimation task						
2학년(34)	76.5	.921	7.12	23.5	.830	19.44

다. 예를 들어 숫자 97의 위치를 찾기 위해 55.9%의 학생이 100의 위치를 추측 후 활용하였으며, 숫자 580의 위치를 찾기 위해 76.5% 학생이 중간지점(500)을 활용했다고 문제해결전략을 설명하였다.

이상의 1,2학년 학생의 기준점 활용 차이가 실제 0-100 NLE의 기준점(시작지점, 중간지점, 끝지점)별 추정오차 차이 결과에도 나타나는지를 분석하였다. 추가적으로 0-1000 NLE에서 수 감각 심적 표상이 로그형인 학생과 선형인 학생의 기준점별 추정오차 차이도 분석하였다. 이를 위해 0-100, 0-1000 NLE에 제시된 숫자 중에서 기준점별로 가까운 숫자 4개를 선택해서 산출한 평균 추정오차 값을 분석에 활용하였다(그림 3 참고).

그림 3의 왼쪽에 나타난 것과 같이 1학년은 2학년보다 0-100 NLE의 모든 기준점에서 평균 추정오차가 높게 나타났으며, 끝지점에 가까운 4개 숫자의 추정오차는 통계적으로 유의한 차이가 있었다 (t(63.8)=3.26, p=.002). 다음으로 그림 3의 오른쪽에 나타난 것과 같이 수 감각 심적 표상이 로그형인 학생은 선형인 학생보다 0-1000 NLE 모든 기준점에서 평균 추정오차가 통계적으로 유의하게 높게 나타났다(ts(32) > 2.64, ps<.013).

요약하면, 학년별 0-100 NLE에서 기준점 활용의 차이는 기준점별 평균 추정오차 차이로 드러나며, 특별히 1학년은 2학년보다 100(끝지점)에 가까운 숫자들을 수직선에 표시하는 정확도가 낮았다. 또한 심적 표상이 로그형인 학생은 선형인 학생보다 0-1000 NLE의 모든 기준점에서 수 감각의 정확도가 낮았다.

논 의

본 연구는 아동의 수 감각을 진단하는 데 있어

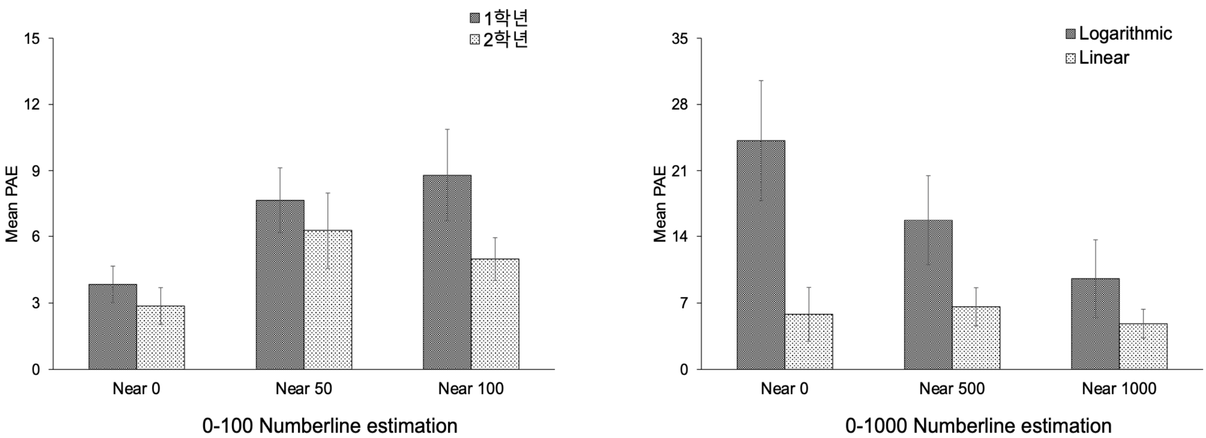

그림 3. 학년별 0-100 수직선 추정(NLE) 과제 기준점별 평균 추정오차(PAE, 왼쪽). 심적 표상별 0-1000 NLE 과제 기준점별 평균 추정오차(PAE, 오른쪽). 0-100 NLE에서 Near 0은 시작지점에 가까운 숫자로 2, 3, 5, 8을, Near 50은 중간지점에 가까운 숫자로 42, 46, 54, 58을, Near 100은 끝지점에 가까운 숫자로 82, 89, 92, 97을 평균 추정오차 값 산출에 사용함. 0-1000 NLE에서 Near 0은 시작지점에 가까운 숫자로 6, 18, 59, 97을, Near 500은 중간지점에 가까운 숫자로 420, 458, 542, 580을, Near 1000은 끝지점에 가까운 숫자로 903, 941, 982, 994를 평균 추정오차 값 산출에 사용함.

국내 연구에서 많이 활용되지 않은 NLE 과제를 통해, 초등학교 1,2학년의 수 감각 정확도와 심적 표상을 진단했다는 점에서 의의를 찾을 수 있다. 본 연구의 주요 결과로는 2학년은 1학년보다 주어진 숫자를 수직선 상에 표상하는 능력과 전략이 더 정교하고, 심적 표상의 선형성이 더 뚜렷하였다. 아래의 논의에서는 본 연구의 주요 결과를 선행연구와 비교하여 논의하고, 교육적 시사점, 제한점 및 후속 연구 방향에 대해 제언하였다.

선행연구 대비 본 연구의 주요 결과로, 먼저 본 연구에 참여한 초등학교 1,2학년 학생은 서구의 동일한 연령 학생보다 주어진 숫자를 수직선에 더 정확하게 표상하였다. 0-100 NLE 과제에서 Siegler와 Booth(2004) 연구에 참여한 미국의 1학년과 2학년 학생의 평균 추정오차 값은 각각 18%와 15%였으나 본 연구에 참여한 1학년과 2학년 학생의 평균 추정오차 값은 각각 7.7%와 5.9%로 훨씬 낮게 나타났다. 다음으로 선행연구 대비 본 연구에 참여한 1,2학년은 좀 더 이른 시기에 수 감각 심적 표상의 선형성이 나타났다. 선행연구에서 미국 초등학생의 경우, 0-100 사이의 숫자에 대한 선형 수 감각 심적 표상은 2학년 전후로, 0-1000 사이의 숫자에 대한 선형 수 감각 심적 표상은 4학년 전후로 나타났다(Siegler & Opfer, 2004; Opfer & Siegler, 2007). 하지만 본 연구의 결과에서는 선형 모델이 이미 1학년 학생의 0-100 NLE 결과를, 2학년 학생의 0-1000 NLE 결과를 잘 설명하였다. 다르게 표현하면 본 연구에 참여한 학생은 미국 초등학생보다 1-2년 앞서 선형 수 감각 심적 표상을 완성함을 알 수 있다. 실제 본 연구의 0-1000 NLE 결과에서 수 감각 심적 표상이 선형인 2학년 학생의 비율은, Opfer와 Siegler(2007)의 연구에서 나타난 미국 초등학교 4학년 학생의 선형 수 감각 심적 표상 비율과 비슷하였다(76.5% vs. 80.0%).

본 연구에 참여한 학생의 높은 수 감각 정확도와 선형 심적 표상 결과에 대한 설명으로 다양한 요인들을 고려할 수 있지만, 무엇보다도 십진법을 잘 나타내는 한국어 숫자표현의 특성과 관련하여 본 연구의 결과를 설명을 할 수 있다. 예를 들어 숫자 30을 읽는 데 있어 한국어는 ‘삼십’으로 10이 3개가 있다는 것이 언어에서 명확히 드러나지만 영어 ‘thirty’의 경우는 십진법 체계가 명확하게 드러나지 않는다. 따라서 한국어 숫자표현 언어에서 전달되는 십진법과 자릿수 개념의 명확성은 수의 크기를 이해하고 수직선에 표상하는 데 있어 도움을 준 것으로 유추할 수 있다. 이를 뒷받침하는 증거로 숫자표현 언어의 특성이 유사한 중국 학생을 대상으로 NLE 과제를 실시한 연구에서 본 연구와 동일한 결과를 찾을 수 있다. 다수의 연구에서 중국 학생은 미국 학생보다 주어진 숫자를 수직선에 표상하는 능력이 1-2년 더 선행하는 것으로 나타났다(예: Laski & Yu, 2014, Siegler & Mu, 2008).

또한 본 연구의 높은 수 감각 정확도와 선형성을 설명할 수 있는 요인으로, 지면 평가와 달리 수직선 상 추정한 위치를 편리하게 변경할 수 있는 컴퓨터로 실험을 진행한 점, 연구에 참여한 학생 학부모의 높은 교육열 등도 고려할 수 있다. 그 외 본 연구에서 사용한 연습문제가 수 감각 정확도와 선형성을 높이는 데 영향을 주었을 가능성도 고려할 수 있다. 0-100 NLE 과제에서 연습문제로 제시한 50 숫자와, 0-1000 NLE 과제에서 연습문제로 제시한 100, 400, 900 숫자가, 숫자를 수직선 상에 표상하는 데 있어 기준점(시작지점, 중간지점, 끝지점) 활용에 대한 힌트를 의도치 않게 주었을 가능성도 있다.

그 밖에 본 연구에서 주목할 만한 결과로 학년에 따라 수 감각 정확도와 심적 표상의 차이뿐만 아니라, 사용하는 문제해결전략의 차이도 있다는 점이다. 1학년은 2학년보다 주어진 숫자를 수직선에 표상하기 위해 적절한 기준점을 사용하는 빈도가 상대적으로 낮았으며, 수 세기 전략의 의존도가 높았다. 아울러 기준점별 추정오차 결과에서 1학년은 2학년보다 100(끝지점)에 가까운 숫자를 수직선에 표상하는 정확도가 낮았다. 이러한 차이는 학년에 따른 교육과정 및 경험의 차이를 반영한 것으로 볼 수 있겠다. 1학년의 경우에는 학교에서 50까지의 수만 배워 100에 가까운 수에 대한 개념과 경험이 익숙하지 않은 반면에, 2학년의 경우에는 이미 학교에서 100까지의 수를 배우고, 두 자리 수의 덧셈, 뺄셈 사칙연산을 경험하면서 100에 가까운 수에 대한 충분한 이해가 이루어졌음을 유추할 수 있다. 실제 0-100 NLE 과제에서 수직선 끝지점의 학년별 추정오차의 차이는 미국 초등학생 1,2학년을 대상으로 한 연구에서도 동일하게 확인이 된다 (Ashcraft & Moore, 2012).

이상의 주요 결과를 토대로 네 가지 정도의 교육적 시사점을 도출해 보면, 첫째, 아동의 수 감각 발달을 돕기 위해 수직선을 적극적으로 활용할 필요가 있겠다. 모든 수는 그 수가 가지는 고유의 크기에 따라 수직선에 표시될 수 있다는 점에서, 수직선은 학년이 올라가도 계속해서 자연수, 정수, 유리수 등 다양한 수의 크기와 관계를 이해하는 데 활용될 수 있다. 또한 다수의 실험 연구는 수직선을 활용하여 수를 학습하는 방법은 아동의 수 감각 및 사칙연산 능력 향상에 효과에 있음을 입증하였다(예: Kucian et al., 2011; Obersteiner et al., 2013; Siegler & Ramani, 2009). 이와 관련하여 국내 초등학교 교과서의 수직선 활용실태를 분석한 연구에 따르면, 자연수의 사칙연산, 분수와 소수의 크기 사칙연산, 시간과 길이, 들이와 무게, 어림, 방정식 등에는 수직선을 활용하지만, 수의 크기 지도(예: 50까지의 수, 100까지의 수, 세 자리 수)에서는 수직선을 활용하지 않는 것으로 되어 있다(홍진곤, 김양권, 2015). 추후 교과서 개편에서는 수의 크기 지도에 있어 수직선 활용을 고려할 필요가 있겠다.

둘째, 아동의 수 감각 발달을 돕기 위해 수의 십진법 체계를 강조할 필요가 있겠다. 최근의 Zhang과 Okamoto(2017) 연구에 따르면, 10블록(10-block)과 1블록(1-block)의 숫자블록을 가지고 두 자리 수를 표현하는 연습은 1학년 학생의 0-100 NLE 과제에서 숫자를 수직선에 표상하는 정확성 향상에 기여하는 것으로 나타났다. 그 밖에도 한국을 비롯한 동아시아권 언어의 십진법을 잘 나타내는 숫자표현의 특성은 아동의 수 감각과 연산 실력 형성에 도움을 주는 것으로 알려져 있다 (Geary et al., 1996; Miura et al., 1993).

셋째, 아동의 수 감각 발달을 돕기 위해 정확한 계산만 강조할 것이 아니라 어림의 중요성도 강조할 필요가 있겠다. 어림은 짧은 시간 내에 결과의 합리성을 판단하는 데 도움을 줄 수 있는 screener로 수학 교육에서는 계산과 함께 어림을 수 감각 지도 내용에 포함하고 있다(방정숙, 2005). NLE 과제에서도 수를 어림하는 능력은 주어진 숫자에 적합한 기준점을 찾는 데 도움을 줌으로써 숫자를 정확하게 표상하는 데 기여한다.

넷째, NLE 과제를 아동의 수 감각 및 수학 기초학력 진단에 활용을 고려할 필요가 있겠다. NLE 과제는 10분 내외로 아동의 수 감각을 빠르게 진단할 수 있으며, 학년에 따라, 수의 범위(예: 0-100, 0-1000, 0-10000) 및 종류(예: 자연수, 분

수, 소수)를 달리함으로써 계속해서 수 감각을 측정할 수 있는 이점이 있다. 이외에 최근의 메타분석연구 따르면, NLE 과제는 다른 수 감각 측정과제보다 수학 학업성취도에 대한 설명력이 더 높았다(Schneider et al., 2017, 2018).

본 연구는 1,2학년 학생들의 수 감각 정확도, 심적 표상, 문제해결 전략의 차이 분석을 통해 수 감각 발달의 특징을 밝혀냈으나 다음과 같은 제한점이 있다. 먼저 본 연구의 결과는 횡단적 설계에 기반한 것으로, 발달 단계에 따른 수 감각 발달 양상을 면밀히 관찰하기 위해서는 종단적 설계에 기반한 후속 연구가 필요하겠다. 다음으로 본 연구에서는 시작지점, 중간지점, 끝지점과 같이 특정지점에 가까운 숫자만을 이용하여, 학생들의 사후 자기보고를 기준으로 NLE 과제에 사용된 문제해결전략을 분석하였다. 후속 연구에서는 시선 추적 기법(eye-tracking) 등을 활용하여 학생들이 실시간으로 주어진 숫자를 수직선 상에 어떻게 표상하는지를 분석한다면 학생들의 사고과정을 보다 정확하고 포괄적으로 분석할 수 있을 것으로 보인다(예: Reinert et al., 2015). 다음으로 본 연구에서는 NLE에서 측정된 아동의 수 감각이 향후 사칙연산능력 및 수학 학업성취를 예측하는지를 분석할 수 없었다. 후속 연구에서는 NLE 과제를 통한 아동의 수 감각 측정과 함께 사칙연산능력, 수학문제풀이능력 등을 함께 측정하여, NLE를 통해 한국 학생의 수학 학습능력을 진단하고 예측하는 데 사용할 수 있는지 실증적으로 검증할 필요가 있겠다. 그 외 아동의 수 감각에 영향을 주는 인지적 변인(예, 작업기억, Kroesbergen et al., 2014), 가정 환경적 변인(예: 부모와 아동의 수학 관련 놀이・대화, Skwarchuk et al., 2014), 문화적 요인(예: 동아시아 국가의 부모의 높은 교육열, Cankaya & LeFevre, 2016) 등을 고려했을 때 결과 해석에 유의할 필요가 있겠다. 마지막으로 본 연구의 표본 및 참여자의 특성을 고려했을 때 연구 결과를 일반화하기에는 제한점이 있음을 밝힌다.

Acknowledgments

본 연구에 참여한 학생과 학부모님께 감사드립니다. 아울러 본 연구 실험 진행, 데이터 코딩, 웹서버 실험 환경 구축에 도움을 준 정은선, 박창현, 강지은, 조예진, 고재권 연구원에게 감사를 전합니다.

참고문헌

권나연, 김제중, 김소연 (2018). 아동기 대략적 수민감도가 비-상징적 곱셈 추론에 미치는 영향. **한국심리학회지: 인지 및 생물, 30**(3), 285-291. https://doi.org/10.22172/cogbio.2018.30.3.007

김나래, 조수현 (2017). 아동의 수 직선 추정의 정확도와 수학 성취도 간의 관계에 대한 숫자 비교 능력의 매개 효과. **한국심리학회지: 인지 및 생물, 29**(2), 165-172.

김양권, 홍진곤 (2017). 초등학생의 수직선 이해와 사용의 어려움. **수학교육 논문집, 31**(1), 85-101. https://doi.org/10.7468/jksmee.2017.31.1.85

방정숙 (2005). 초등학교 학생들의 계산 능력과 수 감각(Number Sense) 연구. **한국학교수학회논문집, 8**(4), 424-444.

장세림, 김나래, 조수현 (2015). 초등학교 2 학년 아동의 대략적 수 민감도와 영역 별 수학 성취도 간의 관계에 대한 단기 종단 연구. **한국심리학회지: 인지 및 생물, 27**(3), 481-504. http://doi.org/10.22172/cogbio.2015.27.3.007

조우미, & 이순형 (2017). 비율제한 및 과제제시방법에 따른 3, 4, 5세 유아의 비상징 수 비교능력. **아동학회지, 38**(1), 117-126.

홍진곤, & 김양권. (2015). 초등학교 수학 교과서의 수직선 활용과 문제점. **수학교육 논문집, 29**(3), 353-372.

Ashcraft, M. H., & Moore, A. M. (2012). Cognitive processes of numerical estimation in children. *Journal of Experimental Child Psychology, 111*(2), 246-267. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.08.005

Barth, H. C., & Paladino, A. M. (2011). The development of numerical estimation: Evidence against a representational shift. *Developmental Science, 14*(1), 125-135. https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2010.00962.x

Cankaya, O., & LeFevre, J. A. (2016). The home numeracy environment: What do cross-cultural comparisons tell us about how to scaffold young children's mathematical skills? In B. Blevins-Knabe & A. Austin (Eds.), *Early childhood mathematics skill development in the home environment* (pp. 87-104). Springer.

Dehaene, S. (2003). The neural basis of the Weber-Fechner law: A logarithmic mental number line. *Trends in Cognitive Sciences, 7*(4), 145-147. https://doi.org/10.1016/s1364-6613(03)00055-x

Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics, revised and updated edition.* Oxford University Press.

Dehaene, S., Izard, V., Spelke, E., & Pica, P. (2008). Log or linear? Distinct intuitions of the number scale in Western and Amazonian indigene cultures. *Science, 320*(5880), 1217-1220. https://doi.org/10.1126/science.1156540

De Smedt, B., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2009). The predictive value of numerical magnitude comparison for individual differences in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*(4), 469-479. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.01.010

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology, 43*(6), 1428-1446. https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428

Geary, D. C., Bow Thomas, C. C., Liu, F., & Siegler, R. S. (1996). Development of arithmetical competencies in Chinese and American children: Influence of age, language, and schooling. *Child Development, 67*(5), 2022-2044.

https://doi.org/10.2307/1131607

Halberda, J., Mazzocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, *455*(7213), 665-668. https://doi.org/10.1038/nature07246

Kroesbergen, E. H., van't Noordende, J. E., & Kolkman, M. E. (2014). Training working memory in kindergarten children: Effects on working memory and early numeracy. *Child Neuropsychology*, *20*(1), 23-37. https://doi.org/10.1080/09297049.2012.736483

Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., Gälli, M., Martin, E., & von Aster, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *NeuroImage*, *57*(3), 782-795. https://doi.org/10.3389/conf.fnins.2010.11.00055

Laski, E. V., & Yu, Q. (2014). Number line estimation and mental addition: Examining the potential roles of language and education. *Journal of Experimental Child Psychology*, *117*, 29-44. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.08.007

Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2011). Numerical ordering ability mediates the relation between number-sense and arithmetic competence. *Cognition*, *121*(2), 256-261. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2011.07.009

McIntosh, A., Nohda, N., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1995). Mental computation performance in Australia, Japan and the United States. *Educational Studies in Mathematics*, *29*(3), 237-258. https://doi.org/10.1007/bf01274093

Miura, I. T., Okamoto, Y., Kim, C. C., Steere, M., & Fayol, M. (1993). First graders' cognitive representation of number and understanding of place value: Cross-national comparisons: France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. *Journal of Educational Psychology*, *85*(1), 24-30. https://doi.org/10.1037/0022-0663.85.1.24

Obersteiner, A., Reiss, K., & Ufer, S. (2013). How training on exact or approximate mental representations of number can enhance first-grade students' basic number processing and arithmetic skills. *Learning and Instruction*, *23*, 125-135. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2012.08.004

Opfer, J. E., & Siegler, R. S. (2007). Representational change and children's numerical estimation. *Cognitive Psychology*, *55*(3), 169-195. https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2006.09.002

Peeters, D., Degrande, T., Ebersbach, M., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2016). Children's use of number line estimation strategies. *European Journal of Psychology of Education*, *31*(2), 117-134.

https://doi.org/10.1007/s10212-015-0251-z

Peeters, D., Sekeris, E., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2017). Evaluating the effect of labeled benchmarks on children's number line estimation performance and strategy use. *Frontiers in Psychology*, *8*, 1082. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01082

Petitto, A. L. (1990). Development of numberline and measurement concepts. *Cognition and Instruction*, *7*(1), 55-78. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0701_3

Praet, M., & Desoete, A. (2014). Number line estimation from kindergarten to grade 2: a longitudinal study. *Learning and Instruction*, *33*, 19-28. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2014.02.0 0 3

Reeve, R. A., Paul, J. M., & Butterworth, B. (2015). Longitudinal changes in young children's 0 - 100 to 0 - 1000 number-line error signatures. *Frontiers in Psychology*, *6*, 647. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00647

Reinert, R. M., Huber, S., Nuerk, H. C., & Moeller, K. (2015). Strategies in unbounded number line estimation? Evidence from eye-tracking. *Cognitive Processing*, *16*(1), 359-363. https://doi.org/10.1007/s10339-015-0675-z

Ritchie, S. J., & Bates, T. C. (2013). Enduring links from childhood mathematics and reading achievement to adult socioeconomic status. *Psychological Science*, *24*(7), 1301-1308. https://doi.org/10.1177/0956797612466268

Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Susan Schmidt, S., Stricker, J., & De Smedt, B. (2017). Associations of non symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: A meta-analysis. *Developmental Science*, *20*(3), e12372. https://doi.org/10.1111/desc.12372

Schneider, M., Merz, S., Stricker, J., De Smedt, B., Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2018). Associations of number line estimation with mathematical competence: A meta analysis. *Child Development*, *89*(5), 1467-1484. https://doi.org/10.1111/cdev.13068

Skwarchuk, S. L., Sowinski, C., & LeFevre, J. A. (2014). Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: The development of a home numeracy model. *Journal of Experimental Child Psychology*, *121*, 63-84. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.11.006

Siegler, R. S. (2016). Magnitude knowledge: The common core of numerical development. *Developmental Science*, *19*(3), 341-361. https://doi.org/10.1111/desc.12395

Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, *75*(2), 428-444. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x

Siegler, R. S., & Mu, Y. (2008). Chinese children excel on novel mathematics problems even before elementary school. *Psychological Science*, *19*(8), 759-763. https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2008.02153.x

Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, *14*(3), 237-250. https://doi.org/10.1111/1467-9280.02438

Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2009). Playing linear number board games-but not circular ones-improves low-income preschoolers' numerical understanding. *Journal of Educational Psychology*, *101*(3), 545-560. https://doi.org/10.1037/a0014239

Xu, C., & LeFevre, J. A. (2016). Training young children on sequential relations among numbers and spatial decomposition: Differential transfer to number line and mental transformation tasks. *Developmental Psychology*, *52*(6), 854-866. https://doi.org/10.1037/dev0000124

Zhang, Y., & Okamoto, Y. (2017). Encoding "10ness" improves first-graders' estimation of numerical magnitudes. *Journal of Numerical Cognition*, *2*(3), 190-201. https://doi.org/10.5964/jnc.v2i3.69

The Korean Journal of
Developmental Psychology

한국심리학회지 : 발달
The Korean Journal of Developmental Psychology
2022, Vol. 35, No. 2, 25-43

Examining first and second graders' number sense acuity and their mental representation using a numberline estimation task

Soo-hyun Im

Department of Education, Hanyang University/ Professor

Number sense refers to the ability to read numbers and understand numerical magnitudes and their relations, and is a foundational skill for math learning. This study examined 1^{st} (n=47) and 2^{nd} (n=34) graders' number sense acuity and their mental representation and problem-solving strategies using a numberline estimation (NLE) task. First graders completed the 0-100 NLE task and 2^{nd} graders completed both the 0-100 and 0-1000 NLE tasks. Results showed that 2^{nd} graders are more precise when representing numbers on the numberline than 1^{st} graders. Additionally, 2^{nd} graders applied more benchmark-based strategies (e.g., midpoint) in the NLE task than 1^{st} graders. Finally, a linear model was found to be more suited for depicting the patterns of 1^{st} and 2^{nd} graders' numerical estimates in the 0-100 and 0-1000 NLE tasks than a logarithmic one. Taken together, these findings suggest that as students grow older, their number sense and problem-solving strategies tend to be increasingly articulate and that the linearity of their mental representation becomes more obvious. Moreover, the high precision and linearity of numerical estimates in the current study can be interpreted as reflecting a positive influence of the transparency of the base-ten number structure in the Korean language.

Keywords: Number Sense, Numberline Estimation, Numerical Development

부 록

학년별 수직선 추정(NLE) 과제에 제시된 숫자별 문제해결전략 사용(%) 및 예시

Number	Strategy	1학년 (*N*=47)	2학년 (*N*=34)	Examples
0-100 numberline estimation task				
3	시작지점(0)	34.0	41.2	3은 0과 가까운 숫자라 그곳을 표시
	0부터 3까지 세기	44.7	26.5	0부터 1,2,3, 하나씩 세서 표시
	10조각으로 나누기	2.1	11.8	10조각으로 나눈 다음 맨 앞 조각의 3번째 표시
	추측, 설명못함, 오류, *그외*	19.1	20.6	*절반의 절반이 되는 곳 표시(2.1, 5.9)*
54	중간지점(50)	55.3	82.4	53은 50과 가까운 숫자로 중간을 어림하여 표시
	10씩 묶어서 세기	6.4	8.8	10을 5번, 1을 4번만큼 오른쪽으로 이동하여 표시
	추측, 오류, 설명못함	38.3	8.8	
82	끝지점(100)	44.7	61.8	거의 끝에 표시, 100에서 18만큼 뒤로 가서 표시
	중간지점(50)	8.5	14.7	50에서 30만큼 더 가고, 2만큼 더 간 곳에 표시
	10씩 묶어서 세기	4.3	2.9	10씩 8번 앞으로, 2만큼 앞으로 더 간곳 표시
	20씩 묶어서 세기	2.1	2.9	0부터 5 묶음씩 세서 82의 위치를 표시
	100에서 거꾸로 세기	6.4	5.9	100에서 1씩 빼면서 선택하여 표시
	추측, 설명못함, 오류, *그외*	34.0	11.8	
0-1000 numberline estimation task				
97	100 기준		55.9	100의 위치를 추측한 후에 조금 더 왼쪽에 표시
	시작지점(0)		23.5	0에 가까운 쪽에 표시
	추측, 오류, 설명못함, 그외		20.6	
580	중간지점(500)		76.5	500은 중간, 중간보다 조금 더 큰 부분에 표시
	추측, 설명못함, 오류, *그외*		23.5	*600의 위치에서 조금만 떨어진 곳을 선택(5.9)*

Note. Italics으로 표시된 전략은 그 외 분류되지 않은 전략을 나타냄. 괄호 안의 숫자는 해당 전략을 사용한 학생의 %를 나타냄.