한국심리학회지 : 발달
The Korean Journal of Developmental Psychology
2009. Vol. 22, No. 3, 169-182

비율 추론을 중심으로 본 아동기 형식적-비형식적 양적 추론 체계의 발달

정 윤 경*
가톨릭대학교 심리학과

본 연구는 비율 추론을 중심으로 아동기 양적 추론의 두 가지 체계(형식적/비형식적)를 제안하여 그 발달적 특징을 기술하고 그간의 갈등적 연구결과들을 설명하고자 한 것이다. 이를 위하여 서로 다른 체계를 활성하도록 조작된 두 가지 유형의 자극(비연속적 자극/연속적 자극)을 이용한 비율 대응 추론 과제를 4, 6, 8, 10세 아동에게 실시하였으며 다음과 같은 결과를 얻었다. 비율 추론의 형식적 체계를 활성화하도록 조작된 비연속적 자극 조건에서의 아동의 수행은 수학교육 경험과 높은 관련성을 나타냈다. 즉, 분수를 비교하기 위한 수리적 규칙을 학습한 10세 아동만이 성공적으로 수행했으며, 4, 6세의 아동들은 자연수세기 학습의 영향으로 절대적 개념에 근거한 오류를 보였다. 반면 비형식적 체계를 활성화하도록 조작된 연속적 자극 조건에서는 가장 어린 4세 아동도 성공적으로 과제를 수행했으며, 수리적 학습의 경험과 유의미한 관련성을 나타내지 않았다. 본 연구 결과에 비추어 비율 추론의 발달적 근원 및 그 발달 과정을 양적 추론의 두 체계에 근거하여 기술하였다.

주요어: 비율 추론, 형식적 체계와 비형식적 체계, 연속적 자극, 비연속적 자극, 수세기, 분수

영아기 아동의 놀라운 수학적·과학적 사고 능력이 밝혀지면서 '인생 초기의 유능과 아동기 무능' 이란 이슈는 발달 심리학의 주요 고민 중 하나가 되었다. 가령, 5개월의 영아도 수와 비율을 올바르게 표상하고 이를 대상으로 계산하는 능력을 보이는 반면(Antell & Keating, 1983; Baillargeon, Needham, & DeVos, 1992; Cooper, 1984,; Starkey & Cooper, 1980; Starkey, Spleke, & Gelman, 1990; Strauss & Curtis, 1984; van Loosbroek & Smitsman, 1990; Xu & Spelke, 2000), 4-5세의 아동들은 수 보존 과제나 수리적 계산 과제에서 성공적 수행을 보이지 못하는 갈등적 결과를 설명하

* 본 연구는 2007년도 학술 진흥 재단 지원에 의하여 연구되었음(H00060).
* 교신저자 : 정윤경, E-mail: benijeong@catholic.ac.kr

기 위해서 연구자들은 과제를 분석하고 관련 변인을 탐색하는 등 다양한 경험적 연구를 실시하였으며, '능력 대 수행'과 같은 다양한 이론적 논쟁을 발전시켜왔다. 본 논문은 이와 같은 발달의 주요 현상을 서로 다른 두 개의 양적 추론 체계를 제안하고 이를 형식적 추론의 핵심 분야로 여겨졌던 '비율 추론'의 발달에 적용하여 보다 구체적으로 기술하고 설명하고자 한 것이다.

비율 추론은 고등 인지 기능을 특징짓는 발달 지표로서 인지 발달의 핵심적 영역일 뿐 아니라 (Piaget & Inhelder, 1975), 일상생활 그리고 인접 과학(가령, 자연과학, 공학)과도 관련성이 가장 높은 수학적 영역 중 하나이다. 무엇보다 비율 추론은 연령에 따른 연구결과의 불일치가 가장 극단적인 영역이기도 하다. 최근의 연구들은 5개월 된 영아들도 비율 추론의 핵심적 요소인 상대적 관계에 대한 표상 능력이 있음을 밝힌 반면(Baillargeon, Needham, & DeVos, 1992; Huttenlocher, Duffy, & Levine, 2002; Sophian, 2000), 확률 계산(Piaget & Inhelder, 1975)이나 비율의 크기를 비교하는 등의 비율 추론 문제(Chapman, 1975; Davies, 1965; Falk & Wilkening, 1998; Hoemann & Ross, 1971; Jeong, 2003; Jeong, Levine, & Huttenlocher, 2007; Karplus, Pulos, & Stage, 1983; Noelting, 1980; Siegler & Vago, 1978)에서는 10세 아동들도 성공적으로 수행하지 못하는 것을 보여주었다. 가령, Piaget와 Inhelder(1975)의 고전적 연구에서 아동들은 흰색 구슬과 빨간색 구슬이 섞여 있는 두 개의 주머니에서 무선으로 구슬 하나를 꺼냈을 경우 빨간 구슬을 꺼낼 확률이 높은 주머니가 어느 것인가를 선택해야 했는데, 만 11세가 되어서야 성공적인 수행을 보였다. 무엇보다 Piaget는 어린 아동들의 실패가 주머니 안의 흰색과 빨간색 구슬의 개수들 간의 상대적 관계를 무시하고, 빨간색 구슬의 절대적 개수만을 근거로 판단하는 것임을 지적하고 있다. 이와 같은 비율 추론 능력에 관한 갈등적 연구 결과[1]를 보다 구체적으로 기술하고 설명하기 위해 본 연구에서는 다음과 같은 두 개의 양적 추론 체계를 제안하고자 한다.

인간의 양적 사고는 크게 논리적 상징이나 수리적 계산을 사용하는 형식적 추론 체계와 직관적이고 비언어적 처리를 사용하는 비형식적 추론 체계로 나누어질 수 있다. 형식적 체계에서는 조작의 과정을 명시한 논리적 규칙과 책략을 포함하며 이들이 올바르게 선택되고 활용되었을 때 정확한 반응을 보장한다. 또한 형식적 체계에 근거하여 과제를 해결하는 아동은 자신의 추론 방략이나 개념을 명시적으로 인식하고 언어로 표현할 수 있다. 이러한 형식적 체계에 근거한 추론 능력은 주로 교육이나 직접적 훈련을 통해서 획득된다. 반면, 비형식적 체계는 제약조건(constraint)을 통한 지각적 처리나 직관적 판단을 포함하므로 정밀한 반응을 보장하지 못한다. 비형식적인 추론 능력은 일상생활의 활동을 통해서 자연스럽게 발달되므로 아주 어린 아동이나 교육을 받지 않은 사람들도 어느 정도 정확하게 판단하는 것이 가능하도록 하는 반응 체계이다(Greeno, Riley, & Gelman, 1984). 또한 최근의 연구자들은 이러한 체계에 근거한 문제 해결 방식이 추론자에 의해 명시적으로 설명되지는 못하지만(Sielger & Stern, 1998), 행동이나 몸짓을 통해 간접적으로 드러나기도 함을 밝히고 있다(Broaders, Wagner, Mitchell, & Goldin-Meadow, 2007). 무엇보다 최근 인지발달 심리학자들은 이러한 비형식적 양적 사고 체계도 논리적 구조를 지

1) 보다 자세한 개관은 정윤경(2005)을 참고하기 바랍니다.

니며 고등인지나 형식적인 계산보다 뒤떨어지지 않는 것임을 주장하고 있다(Dixon & Moore, 1996; Kieren, 1988; Scholottmann, 2001; Resnick, 1995; Singer, Kohn, & Resnick, 1997).

실제로 위와 같은 두 체계의 구분은 수개념의 기원 및 그 발달을 설명하기 위해서 이미 제안된 바 있다. Dehaene을 비롯한 여러 연구자들은 수 표상 체계를 수리적 언어에 근거한 형식적 체계(verbal system of number words)와 어림잡은 양에 근거한 비 상징적 표상체계(non-symbolic representation of approximate quantities)로 구분하고(Dehaene & Changeux, 1993; Dehaene & Cohen, 1997; Lemer, Dehaene, Spelke, & Cohen. 2003;), 이러한 구분을 지지하는 연구 결과들을 제시하고 있다. 가령, Pica, Lemer, Izard와 Dehaene(2004)은 5이상 수 언어가 없는 Mundruku 족을 대상으로 비언어적 셈 과제를 실시한 결과, 언어적 표상이 가능한 작은 수를 포함한 계산 과제에서는 정확한 수행이 가능했지만, 언어적 표상이 불가능한 큰 수를 포함한 과제에서는 대략적인 추정만이 가능했음을 밝혔다. 또한 양을 표상하고 추리하기 위한 두 가지 다른 양식의 존재는 뇌 연구와 뇌 발달에 관한 연구결과에 의해서도 지지되고 있다. 가령, Dehaene, Paizza, Pinel과 Cohen(2003)의 연구에서 언어적 활성화가 많이 일어나는 수리적 계산을 할 경우와 그렇지 않은 경우 대뇌의 활성화 부위가 각각 다름을 밝혔다. 또 다른 뇌 손상 연구에서는 수리적 계산 장애 환자가 정확한 수 계산은 못하지만, 지각적 처리과정에 의한 대략적인 수 표상과 계산은 가능함을 드러내어(Dehaene & Cohen, 1997), 수개념의 발달이 어림잡은 양의 비언어적 체계와 정확한 수 언어의 형식적 체계로 구분되며, 언어적 체계가 부재한 경우에도 논리적 표상이 가능함을 제안하였다.

위와 같은 두 가지 양적 추론의 체계를 비율 추론 능력의 발달에 비추어 살펴보면 다음과 같이 적용될 수 있다. 비율을 표상하고 추론하기 위한 형식적 체계는 분수나 이를 대상으로 하는 계산 절차와 같은 공식들을 포함한다. 가령, 앞에서 제시된 Piaget와 Inhelder(1975)의 확률 추론 문제에서 아동들은 각 주머니안의 빨간색 구슬과 전체 구슬의 개수를 세어 각각의 주머니에서 빨간색 구슬을 뽑을 확률을 표상하는 분수를 생성한 후 두 분수의 크기를 비교하여 정답을 산출해야 한다. 이와 같은 수리적 책략이 제대로 이용된다면 비율을 표상하고 계산하는 가장 올바른 도구임에 틀림없다. 또한 이러한 체계에서 드러나는 아동의 지식은 명시적 수준으로 옳건 그르건 아동 스스로 그 계산 방식을 생각해내고 표현할 수 있다. 문제는 이러한 형식적 체계는 자연스럽게 발현된다기보다는 적절한 시기에 형식적 교육이나 훈련을 통해서만 획득되어질 수 있다는 것이다. 어린 아동들은 오히려 자연수 개념을 지나치게 강조해온 그간의 경험으로 인해 잘못된 수리적 절차를 사용하여 비율 추론 과제에서 오류를 범할 수 있다(Gelman, 1991; Jeong, 2003; 2004; Piaget & Inhelder, 1975; Noelting, 1980). 가령, Gelman(1991)의 연구에서 어린 아동들이 4가 2보다 크기 때문에 1/4이 1/2보다 크다고 보고하는 것이나 Piaget와 Inhelder(1975)와 Noelting(1980)의 고전적 연구에서 두 개의 비율을 비교하는 과제에서 각 분자의 크기만 고려하여 오류를 범하는 것은 자연수가 가진 의미의 지나친 일반화와 관련된 체계적 오류를 반영한다. 이러한 결과는 아동의 실패가 비율 개념이나 추론 능력이 없어서라기보다는 아동이 아직 형식적 체계에서 요구하는 공식을 획득하지 못했거나 정보 활용이 잘못되었기 때문임을 제안한다.

비율을 표상하고 추론하기 위한 비형식적 체계

는 대상들의 상대적 크기에 대한 암묵적 지식 표상을 포함하며 지각적 부호화나 직관적 추정과 같은 비형식적 책략을 제공한다. 이러한 비율에 대한 비형식적 체계는, Fischbein(1990)에 따르면, 불확실한 세계에서 유기체가 생존하는데 기본적으로 필요한 양적 추론 능력으로 아주 어린 시기에도 존재할 가능성이 높다. 따라서 비율 개념이나 추론 능력은 형식적 교육이나 가르침 없이도 어린 시기에 자연스럽게 나타나며 이후 지도 읽기, 음식 만들기, 나누어 먹기 등의 다양한 일상생활의 경험을 통해 보다 정교하게 발달되는 것으로 여겨진다. 하지만 이러한 직관적 체계에서의 지식은 아동 스스로 명시적으로 표현하고 제시할 수 없으며, 그 책략은 아주 정확한 반응보다는 대략의 추정만을 제공한다. 따라서 전통적 입장에서는 이러한 직관적 사고를 논리적이지도 분화되지도 않은 월등한 것으로 여겼으며 이후에 형식적 체계로 전환되어져야 한다고 주장하여 왔다. 하지만 최근 연구자들은 인생 초기 발현되는 직관적 사고 과정도 고도로 체계화되어 있으며 성인기까지도 계속 발달하여 사용되어지는 개념적 체계임을 제안한다(석정서, 2008; Ahl, Moore, & Dixon, 1992; Reyna & Brainerd, 1993). 실제로 이전 연구에서 시지각적 자극을 사용하여 보기, 잡기, 가리키기 등의 행동을 중심으로 어린 아동의 비율 추론 지식을 드러내는 과제는 이러한 비형식적인 양적체계의 암묵적 지식과 직관적 책략을 요구하는 것으로 볼 수 있으며(Acredolo, O'Connor, Banks, & Horobin, 1989; Huttenlocher, Jordan, & Levine, 1994; Huttenlocher, Newcombe, & Vasilyeva, 1999), 수리적 정보를 사용하여 공식이나 명시적 절차를 올바르게 활용하여 해결할 것을 요구하는 비교적 고전적인 비율 추론 과제는 어린 아동들은 아직 갖추지 못한 형식적 체계를 요구하는 것이라 볼 수 있을 것이다.

요컨대 이와 같은 두 개의 서로 다른 양적 추론 체계를 비율 추론에 적용하여 연령에 따른 발달 양상을 기술하는 것은 두 체계에 대한 보다 구체적인 증거를 제시할 뿐 아니라 비율 추론이라는 인지적 능력의 발달적 기원 및 그 과정을 이해하도록 하여 그간의 갈등적 연구 결과들을 해소하는데 중요한 정보를 제공할 것이다.

최근 Jeong(2003)의 연구 결과는 비율 추론과 관련된 형식적, 비형식적 체계의 발달적 양상을 추측할 수 있게 하였다. Jeong(2003)의 연구에서 실험자는 4세, 6세, 8세, 10세의 아동들에게 빨강 물과 흰 물을 섞어 신비한 마술 물을 만들 것이라고 했다. 빨간색과 흰색으로 이루어진 비율 자극(기준 자극)을 제시하면서 이것이 신비한 마술 물을 만들기 위한 래시피임을 말했다. 다음, 세 개의 대안적 비율 자극들을 제시하면서 앞에서 말한 마술물과 똑같은 것을 만들려면 이 중 어떤 것을 사용해야 하는지를 선택하도록 하였다. 무엇보다 동일한 비율 대응과제를 실시하면서 수세기가 가능한 비연속적 자극(discrete quantity) 조건과 수세기가 가능하지 않은 연속적 자극(continuous quantity) 조건을 조작하여 연령별 아동의 수행을 비교한 결과, 연속적 자극 조건에서도 가장 연령이 낮은 4세 아동들도 성공적인 수행을 보인 반면, 비연속적 조건에서는 가장 연령이 높은 10세 아동들만이 성공적으로 수행함을 밝혔다. 이러한 Jeong(2003)의 연구에서 자극의 개수를 셀 수 있도록 하여 수리적 정보를 제공한 비연속적 자극 조건은 수리적 계산을 포함한 형식적 체계를, 자극의 개수를 셀 수 없는 연속적 자극 조건에서는 시지각적인 추정에 근거한 비형식적 체계를 활성화한 것으로 추측할 수 있으나[1], 이를 직접 다루고 증명하지 못하였다.

따라서 본 연구에서는 Jeong(2003)에서 사용된

비율 대응 과제와 형식적 수리 능력을 측정하는 과제를 함께 사용하여 비율 추론의 형식적/비형식적 추론 체계의 발달에 관하여 보다 구체적으로 제안하고자 하였다. 특히 본 연구에서는 다음과 같은 가설들의 검증을 통하여 이전 연구에서 다루지 않은 문제들을 기술하고 그간 비율 추론 발달 연구에서 극단적으로 나타난 갈등적 결과를 설명하고자 하였다.

첫째, 자극 종류에 따라 달리 활성화되는 두 가지 체계는 서로 다른 발달의 양상을 나타낼 것이다. 즉, 비연속적 자극을 이용하여 활성화된 수리적/형식적 체계에서 형식적 조작기 이전의 어린 아동들은 성공적으로 수행하지 못하지만 이후 급격한 성공의 양상을 드러낼 것이다. 반면, 연속적 자극에 의해 활성화된 직관적/시지각적 체계에서는 학령전기 아동도 성공적 수행을 나타낼 것이며 연령에 따라 그 성공률이 증가할 것이다.

둘째, 두 조건에서 아동의 수행은 '절대적' 수량의 개념에 의해 혼동되는 정도와 양상이 다를 것이다. 비율은 두 수량간의 상대적인 크기임에도 불구하고 아동들은 대상의 절대적 수량에 근거하여 비율 과제를 해결하여 오류를 범한다는 것을 과거 많은 연구들이 증명하고 있다(Piaget & Inhelder, 1975; Noelting, 1980). 이러한 혼동이 수세기를 이용한 형식적 체계를 가동할 수 있는 비연속적 조건에서는 나타날 것으로 예상되지만, 수세기가 가능하지 않은 연속적 조건에서는 그와 같은 오류가 나타나지 않거나 비연속적 조건에서 보다 덜 나타날 것으로 예상된다.

셋째, 두 조건에서의 아동의 수행은 아동의 수학적 훈련 경험과 서로 다른 관련성을 보일 것이다. 즉, 형식적 체계가 반영되는 비연속적 조건에서 아동은 수세기나 분수 학습의 경험에 강하게 영향을 받을 것으로 보인다. 가령, 어린 아동의 경우 수세기 지식이 강할수록 비연속적 자극 조건에서 더욱 크게 절대적 판단의 오류를 나타낼 것이며, 학령기 아동의 경우 분수 및 분수 계산의 획득에 따라 더욱 높은 성공률을 나타낼 것으로 기대한다. 반면 비형식적 체계를 반영하는 연속적 자극 조건에서 아동의 수행은 이러한 수세기, 분수 학습과 관련성이 낮을 것으로 보인다.

이와 같은 가설들을 검증하기 위하여 본 연구에서는 다음과 같이 Jeong(2003)의 비율 대응 과제를 학령전기와 학령기 아동들을 대상으로 실시하고, 아동의 수행 결과를 그들의 수학적 공식 학습의 경험(수세기, 분수 비교 공식)과 비교하였다.

방 법

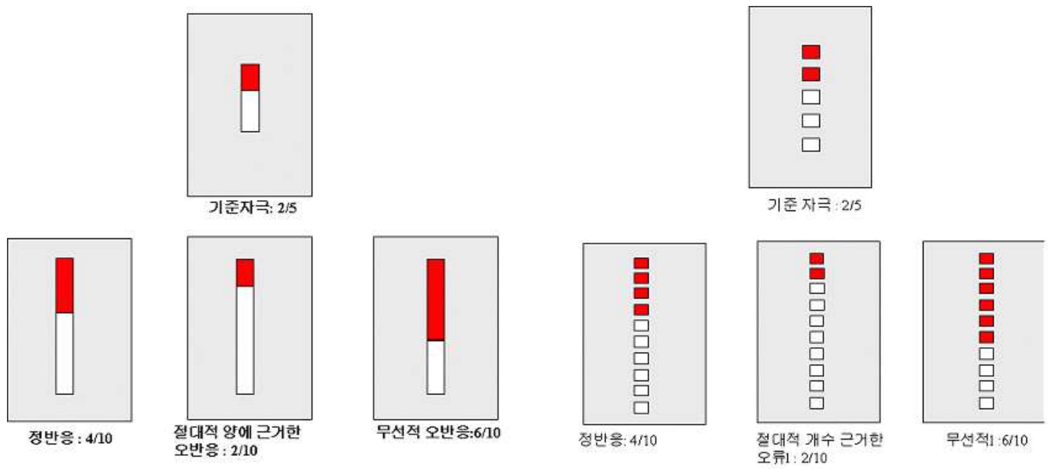
연구 대상

AS시에 소재하고 있는 초등학교 및 부속 유치원에 재학 중인 만 4세(42명), 6세(50명), 8세(53명), 10세(43명) 아동들이 참여하였다. 만 4세는 유치원에 재학 중이며, 6세, 8세, 10세 아동은 각각 초등학교 1학년 3학년 5학년 학생들이다. 모든 연령대의 아동들은 각각 두 집단으로 나뉘어 한 집단의 아동들에게는 연속적 자극을 사용한 비율 대응과제를 다른 집단의 아동들에게는 비연속적 자극을 사용한 과제를 실시하였다.

실험 도구 및 절차

모든 연령대의 아동들에게 Jeong(2003)의 연구

1) 물론 이론상으로는 두 종류의 자극 모두 두 가지 체계를 불러일으킬 수 있지만 확률적으로 비연속적 자극조건에서 시지각적인 직관적 체계를 의존하는 것이나 연속적 자극조건에서 수리적 책략을 쓴다는 것은 아주 낮다.



연속적 자극 조건 비 연속적 자극 조건

그림 1. 비율 추론 과제

에서 사용되었던 비언어적 비율 대응과제를 실시하였다. 모든 연령의 아동들은 두 집단에 나뉘어져 각각 두 개의 다른 조건(연속적, 비연속적)에 할당되어 과제를 실시하였다. 또한 4세와 6세 아동에게는 '수세기 과제'를 8세와 10세 아동에게는 '분수 대응 과제'를 실시하였다. 수세기와 분수 대응 과제는 비율 대응과제가 실시된 후 실시되었다.

비언어적 비율 대응 과제는 다음과 같은 게임의 형식으로 제시되었다. 실험에서 제시되는 자극들은 모두 20 * 27.5 cm의 엷은 회색 index card의 중앙에 배열된 비연속적/연속적 자극으로 이루어졌다. 조건에 따라 비연속적 자극/연속적 자극으로 이루어진 목표 자극과 선택지 자극이 그림 1에 제시되었다. 실험자는 처음 아이에게 "자, 빨강색 물과 흰색 물을 섞어 요술 물을 만들려고 해. (기준 자극이 있는 카드를 제시하고 가리키면서) 이 그림은 우리가 특별한 요술 물을 만들기 위해 빨강색 물과 흰색 물을 어떻게 넣어야 할지를 알려주는 거야."라고 지시하였다. 다음 실험자는 세 개의 다른 선택지 카드를 제시하면서, "자 그런데, 우리가 이제 이 요술물과 똑같은 요술물을 만들려고 해. 그렇다면 이 세 개의 카드 중에서 어떤 것으로 만들어야 원래 요술물이랑 똑같은 것을 만들 수 있을까?"하고 물어 보았다. 아동에게 제시된 세 개의 선택 자극들은 다음과 같은 세 가지 유형으로 이루어졌다. 먼저 정반응은 기준 자극과 절대적인 수(비 연속적 조건)/양(연속적 조건)은 다르지만 비율이 같은 자극(가령, 2/5 => 4/10) 이며, 절대적 오반응 자극은 기준 자극과 중심색(빨강색)의 개수/양(면적)은 같지만 상대적 비율면에서 다른 자극(가령, 2/5 => 2/10)이며 마지막으로 무선적 오반응은 기준 자극과 절대적 수량과 상대적 비율면에서 모두 다른 자극(가령, 2/5 => 6/10)이었다(그림 1 참조).

다음 4세와 6세 아동에게는 수세기 지식을 측정하기 위해서 다음과 같은 수세기 과제를 실시하였다. '몇 개야'(how many)과제를 위해서는 백색 카드(8inch * 11 inch)에 일렬로 그려진 사각형 자극을 제시하면서 그 개수를 물어보았다. 백색 카드가 아이들에게 질문한 개수는 4개, 7개, 9개, 10개였

표 1. 연령과 자극 조건에 따른 정반응률

연령	자극 조건	
	비연속적 자극	연속적 자극
4세	20.00 (20.58)	47.16* (21.10)
6세	15.41 (18.47)	48.12* (28.46)
8세	25.83 (22.00)	49.46* (29.55)
10세	55.26 (37.80)	71.35*(29.13)

*: 수행의 수준이 우연 수준보다 유의미 하게 높다. p <.05

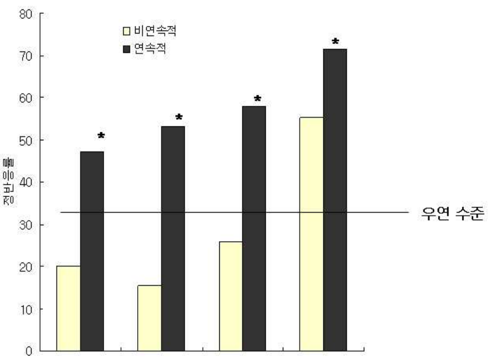
다. '몇 개 줄래'(Give-number) 과제를 위해 사용될 자극은 스펀지로 만들어진 사각형 모형의 조각들이다. 모든 아이들에게 스펀지로 만들어진 사각형 모형을 15개를 준 다음, 3, 6, 8, 11개의 사각형을 실험자에게 줄 것을 요구한다.

8세와 10세 아동에게는 비율과 관련된 형식적 지식을 측정하기 위하여 실제 비언어적 대응 과제에서 사용된 비율에 해당되는 분수를 활용하여 분수 대응 과제를 지필 과제 형식으로 실시하였다.

결 과

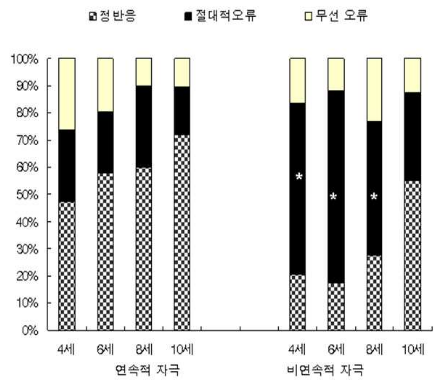
본 연구의 목적은 자극의 개수를 세는 것이 가능한 비연속적 자극과 그렇지 못한 연속적 자극을 활용한 비율적 대응 과제에서의 연령별 아동의 수행을 통하여 비율 추론의 두 가지 다른 체계의 발달적 양상을 규명하고자 하는 것이다. 이를 위해 각 조건에서 연령별 아동의 수행, 오류의 양상 그리고 형식적 수학 입력과의 관련성을 비교하였다.

먼저 아동의 수행을 연령과 조건별로 비교하기 위하여 각 조건의 아동의 정반응률을 ARC-SIN 변형 하여 연령집단(3)*자극 조건(2)을 주요인으로 한 이원 변량분석을 실시하였다. 그 결과 연령(F(3, 170) = 13.18, p <.01), 자극 조건(F(1, 170) = 36.04, p <.01) 모두 유의미한 주효과를 나타냈다. 이는 모든 연령에서 아동의 수행이 비연속적 조건에서 보다 연속적 조건에서 유의미하게 높은 수행을 보였음을 의미한다. 각 조건에서의 발달적 차이를 좀 더 자세히 살펴보기 위하여 연령과 조건별로 아동의 수행을 우연 수준(33%)과 비교하였다. 그 결과 두 조건에서 연령에 따른 발달의 양상이 전혀 다르게 나타났다. 표 1과 그림 2에 이를



*: 수행이 우연 수준보다 유의미하게 높다. p <.05

그림 2. 연령 및 자극에 따른 정반응률



*: 반응률이 우연 수준(33%)보다 유의미하게 높다. p <.05

그림 3. 연령 및 자극에 따른 반응 양식

제시하였다. 즉, 연속적 자극에서는 모든 연령대에서 아동의 수행이 우연 수준보다 유의미하게 높은 반면(4세: $t(21)$ = 4.09, p< .01, 6세: $t(20)$ = 2.16, p< .05, 8세 : $t(24)$ = 2.64, p< .05, 10세: $t(24)$ = 7.16, p< .01), 비연속적 조건에서는 10세 아동만이 우연 수준보다 유의미하게 높은 수행을 보였다, $t(24)$ = 2.56, p< .05. 심지어 4세와 6세 아동의 경우 수행이 우연 수준보다 낮은 경향성을 보였다.

다음 두 자극 조건에서의 연령별로 아동의 오류 유형을 분석한 결과 자극 조건에 따라 다른 양상이 드러났다. 먼저 연속적 조건의 경우 아동의 오류는 절대적 오류와 무선적 오류에 거의 균등하게 분포된 반면, 비연속적 조건의 경우 10세 아동을 제외한 모든 연령에서 아동들의 오류는 주로 절대적 수량이 대응되는 선택지를 고르는 것으로 나타났다(4세: $t(20)$ = 3.31, p< .01, 6세: $t(13)$ = 4.78, p< .01, 8세: $t(13)$ = 2.53, p< .05). 모두 비연속적 조건에서 절대적 오류를 우연 수준보다 유의미하게 높은 수준으로 선택하였다. 각 연령, 조건별 실제 반응률이 그림3에 제시되었다.

마지막으로 아동의 수행과 오류 양식이 아동이 획득한 수학적 지식과 어떠한 관련성을 맺는가를 알아보기 위해 각 연령별로 아동의 수행과 수리적 지식 간 상관관계를 검증하였다. 먼저 아동의 수세기 점수를 결정하기 위해서, 아동의 수 지식을 측정하기 위해 사용한 두 개의 검사('몇 개야' 과제와 '몇 개 주세요' 과제)간의 높은 상관이(r = .796, p < .01) 나타났으므로 두 검사의 점수를 단순 합산하여 이를 결정하였다. 4세, 6세 아동의 수세기 기술과 각 조건별 정답률과 절대적 오반응률과의 관계를 8세와 10세 아동의 분수 비교 능력과 각 조건별 정답률과 절대적 오반응률간의 관계를 알아보았다. 그 결과 연속적 조건에서 모든 연령대의 수행이 아동의 수리적 지식수준과 유의미한 관계를 나타내지 않았다(모든 p > .05). 반면, 비연속적 조건에서 아동의 수행은 아동의 수리적·형식적 지식과 유의미한 상관을 보였다. 즉, 4세 아동의 경우 비연속적 조건에서 정반응률은 수세기 지식과 부적 상관의 경향성을 보였으며(r = -.264, p = .088), 절대적 반응의 오류율이 수세기 지식과 유의미한 정적 상관을 보였다(r = .323, p < .05). 6세 아동도 4세 아동과 유사한 양상을 나타냈는데, 정반응률과의 부적 상관이(r = -.249, p =.074), 절대적 반응의 오류율과는 정적 상관(r = .247, p =.077)이 통계적으로 유의미하진 않았으나 그 경향성을 드러냈다. 10세 아동은 비연속 자극에서의 수행 양상이 분수 기술과 높은 상관을 드러냈는데, 분수 대응 수행과 정반응률과 유의미한 정적 상관(r = .281, p < .05)을, 절대적 반응의 오류율과는 부적 상관의(r = -.236, p =.080) 경향성을 드러냈다. 8세 아동의 비율 추론 과제 수행은 그들의 분수 계산 수행과 유의미한 상관을 나타내지 않았다.

요컨대 본 실험의 결과는 연속적 자극과 비연속적 자극 조건에서 아동의 수행이 전혀 다른 형태로 발달하고 서로 다른 오류의 형태를 드러내며, 형식적으로 입력된 수리적 지식과 각기 다른 관련성을 맺고 있음을 밝혀주었다.

논 의

본 연구는 비율추론의 형식적, 비형식적 추론 체계를 중심으로 양적 추론의 발달적 변화를 기술하고 설명하고자 한 것이다. 이를 위해 비율 추론의 서로 다른 두 체계를 활성화할 것으로 기대되는 두 자극 조건을 조작하여 연령에 따른 수행을 비교하였다. 특히, 본 논문에서는 다음의 세 가지 가설을 설정하였으며 이를 연구 결과에 따라 다음과 같이 논의하였다.

첫째, 두 자극 조건에서 아동 수행의 발달적 양상은 서로 다르게 나타났다. 즉, 형식적 체계를 보다 더 많이 반영하리라고 기대한 비연속적 자극 조건에서 10세 미만의 아동들은 성공적으로 수행하지 못하다가 10세 이후 급격한 성공률의 증가를 나타냈다. 반면, 비형식적 체계를 반영하리라 기대한 연속적 자극 조건에서는 본 연구의 참가자 중 가장 어린 4세 아동들도 성공적 수행을 나타내었으며 이후 그 수행의 수준이 증가하였다. 연령에 따른 흥미로운 결과 중 하나는 형식적 책략을 활성화 하도록 조작된 비연속적 조건에서 4세에서 6세로 가면서 아동의 수행이 낮아지는 경향성을 보였다는 것이다. 이러한 결과는 다음 단에서 논의될 절대적 수량 개념과의 혼동과 관련된 것으로 보인다.

둘째, 상대적 개념과 절대적 개념에 대해서 아동들이 갖는 혼란의 정도가 두 자극 조건에서 다르게 나타났다. 비율은 두 수량간의 상대적인 크기에 대한 관계를 표상하는 개념임에도 불구하고 아동들은 중심 대상의 절대적 수량만을 고려하기 때문에 비율 추론 과제에서 쉽게 오류를 범하게 된다. 본 연구의 결과는 이러한 오류가 비연속적 자극을 사용한 경우에는 유의미하게 나타났지만, 연속적 자극을 사용한 경우 거의 나타나지 않음을 증명하였다. 즉, 비연속적 자극 조건에서 아동들은 자극의 개수를 세어 얻은 수리적 정보를 형식적 절차에 적용하고자 하였다. 하지만 아직 명확한 공식을 획득하지 못한 아동들은 잘못된 자연수세기 책략을 사용하여 중심 대상의 개수만을 비교하여 비율의 크기를 잘못 판단하였다. 오류 분석 결과 비연속적 자극 조건에서 4세, 6세, 8세 아동 모두 절대적 오반응의 비율이 우연 수준보다 유의미하게 높았으나 연속적 자극 조건에서는 이러한 경향성이 나타나지 않았다. 이는 비연속적 자극 조건에서 주어진 수리적 정보가 자연수를 중심으로 절대적 크기를 표상하는 경향성을 강화했기 때문으로 볼 수 있다. 반면, 연속적 자극 조건에서는 전체 자극과 중심자극의 상대적 크기에 근거하여 비율적 관계를 직접 지각하는 보다 직관적인 추론 책략이 활성화되었기 때문으로 보인다. 이는 또한 인생 초기 아동들이 연속적 자극의 크기를 표상함에 있어서 절대적 크기보다는 이를 주변 대상이나 배경의 크기에 근거하여 그 상대적 크기를 표상하는 경향성과 깊은 관련성이 있는 것으로 보인다 (Huttenlocher, Duffy, & Levine, 2002).

셋째, 두 자극 조건에서 아동의 수행은 수학교육 경험에 대하여 서로 다른 방식으로 관련을 맺었다. 즉, 대상을 수리화할 수 있도록 조작된 비연속적 조건에서 아동의 수행은 수세기 능력이나 분수 학습과 높은 상관을 보였다. 4세와 6세의 어린 아동들의 절대적 오반응률은 아동의 수세기 지식이 강할수록 더 높게 나타났다. 또한 형식적인 비율 표상 체계인 분수를 학습한 10세 아동들만이 비연속적 조건에서 높은 성공률을 보였으며, 같은 10세 아동들 사이에서도 분수 능력과 정답률간의 높은 상관을 나타냈다. 반면 연속적 조건에서 아동의 수행은 수세기나 분수 계산 능력과 유의미한 관련성을 나타내지 않았다.

이와 같이 서론에서 제안되었던 세 가설들의 검증 결과는 비율 추론의 비형식적 추론 체계와 형식적 추론체계가 질적으로 구분되는 서로 다른 추론 체계임을 지지하는 것이다.

이와 더불어 본 연구의 결과는 비율 추론 능력에 대하여 다음과 같은 발달적 기원과 그 양상을 제안한다. 일생의 매우 이른 시기부터 아동들은 비율 추론의 핵심적인 요소를 갖추고 있는 것으로 보인다. 이는 형식적 교육을 통해서 획득된 능력이기 보다는 상대적 크기에 근거하여 대상의 크기를

표상하는 인생 초기의 자연스러운 경향성으로 보인다(Bryant, 1974). 영아나 어린 아동들은 대상의 크기를 기억해야 할 때 그 대상을 주변 배경이나 다른 대상의 크기와 비교하여 그 상대적 크기만을 표상한다(Duffy, Huttenlocher, & Levine, 2005). 이러한 경향성이 바로 인생 초기 비율에 대한 비형식적이고 직관적인 추론의 핵심이라 여겨질 수 있을 것이다. 또한 이러한 경향성은 아동들이 일상의 삶에서 경험하는 비율과 관련된 다양한 활동을 통해 보다 정교하게 발달되는 것이다. 학령기 이후 아동들은 수학 학습과 훈련을 통해 보다 명시적이고 정밀한 형식적 비율 표상 체계 및 추론 규칙들을 획득하게 한다. 즉 아동들은 대상의 개수를 세어 분수를 생성하고 두 분수의 분모를 통분하여 그 크기를 비교하는 절차를 학습하여 이를 비율 추론에 적용할 수 있게 된다. 본 연구의 결과는 이러한 형식적 절차의 학습이 앞서 제시된 비형식적 능력의 연속선상에 존재하기보다는 자연수나 수세기와 같이 아동이 이전에 학습한 수학적 개념과 절차에 더해지는 것으로 보인다. 물론 이러한 제안과 관련하여서 향후 연구는 비형식적 체계와 형식적 체계가 각각 독립적 발달을 보이는지 아니면 어떠한 상호 관련성을 맺으면서 발달하는지에 관하여 보다 정밀한 연구가 이루어져야 할 필요성이 있다.

또한 본 연구의 결과는 서론에서 제시된 아동 초기 유능 대 후기 무능이란 갈등적 양상에 대하여 다음과 같은 설명을 제안한다. 과거 연구에서 영아들을 비롯하여 어린 아동이 성공한 과제들을 살펴보면 본 연구의 연속적 자극 조건과 같이 자극의 개수를 셀 수 없는 시각적 자극이 이용된 경우가 대부분이다(Baillargeon, Needham, & DeVos, 1992; Huttenlocher, Duffy, & Levine, 2002). 이와 같은 연구에서 아동들이 성공적으로 활용한 것은 비형식적 체계에 근거한 양적 추정 책략이었을 것이다. 따라서 이들의 반응은 완벽하게 정확하지는 않지만, 비율의 논리적 구조에 위배되지 않는 올바른 수행을 나타낸 것이다. 반면 선행 연구 중에서 학령기 아동들이 실패를 보인 것은 대부분이 본 연구의 비연속적 조건에서와 같이 수리적 정보가 활용될 수 있는 경우이다. 이들은 주어진 수리적 정보를 활용하고자 시도하지만 아직 비율을 분수로 표상하고 이를 대상으로 비교하고 계산하는 형식적 절차를 획득하지 못하였으므로, 절대적 수세기와 같은 잘못된 형식적 책략을 사용하여 실패하게 되는 것이다(Noelting, 1980; Piaget & Inhelder, 1975; Singer-Freeman & Goswami, 2001; Spinillo & Bryant, 1991). 본 연구는 과거 비율 추론 연구에서 나타난 초기 유능에서 후기 무능으로의 갈등적 양상이 인생 초기부터 존재하는 비형식적 추론 체계와 아동기에 획득되는 형식적 체계에서 비롯된 발달적 양상임을 제안하였다.

마지막으로 한국 아동을 대상으로 한 본 연구에서 서양의 아동을 대상으로 얻은 결과(Jeong, 2003)와 유사한 발달적 양상을 드러냄으로써, 수학 교육에 대한 열의나 환경적 입력과 관련 없이 비율이란 기본적 개념의 발달에 형식적/ 비형식적 추론 체계가 적용됨을 제안하여 향후 연구와 적용에 기초가 되는 자료를 제공하였다.

본 연구는 학령전기와 학령기 아동의 비율 추론 수행 능력을 규명함으로써 양적 추론의 서로 다른 두 체계를 기술하는 자료를 제공하고 이와 관련된 교육적 경험을 탐색하여 향후 연구에서 다루어져야 할 주제와 교육 현장에서 고려되어야 할 정보를 제공하였다. 양적 추론에 관하여 제안된 두 체계는 인지 발달의 기원 및 그 과정을 연구하는 기초 분야에서 다루어져야 할 뿐 아니라, 아동의 수학적 능력을 평가하고 훈련하기 위한 적절한 시기,

도구 그리고 절차를 결정하는 과정에서도 반드시 고려되어야할 주제일 것이다. 이를 위해서 향후 연구에서는 두 체계의 발달적 특징 뿐 아니라 상호 연계성의 문제를 다루어야 할 것으로 보인다.

참 고 문 헌

석정서 (2008). 저학력 노인의 개념화를 평가하는 신경심리도구로서의 비율 추론 과제. 서울 대학교 석사학위 논문.

정윤경 (2005). 비율 추론 능력의 발달: 수행에 영향을 미치는 과제 변인을 중심으로. 한국심리학회지 발달, 18(4), 109-118.

Acredolo, C., O'Connor, J., Banks, L., & Horobin, K. (1989). Children's ability to make probability estimates: Skills revealed through application of Anderson's functional measurement methodology, *Child Development, 60*, 933-945.

Ahl, V., Moore, C. F., & Dixon, J. A. (1992). Development of intuitive and numerical proportional reasoning. *Cognitive Development, 7*, 81-108.

Antell, S. R., & Keating, D. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development, 54,* 695-701.

Baillargeon, R., Needham, A., & DeVos, J. (1992). The development of young infants' intuition about support. *Early development and parenting (1),* 69-78.

Broaders, S. Wagner, S. C., Mitchell, Z., & Goldin-Meadow, S. (2007). Making Children Gesture Brings Out Implicit Knowledge and Leads to Learning. *Journal of Experimental Psychology: General, Volume 136*(4), 539-550.

Bryant P. (1974). *Perception and understanding in young children.* London Methuen.

Chapman, R. H. (1975). The development of children's understanding of proportions. *Child Development, 46,* 141-148.

Cooper, R. G. Jr. (1984). *Early number development: Discovering number space with addition and subtraction.* In C. Sophian (Ed.), Origins of cognitive skills (pp. 157-192). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Davies, C. (1965). Development of the probability concept in children. *Child Development, 36,* 779-788.

Dehaene, S., & Changeux, J. (1993). Development of elementary numerical abilities: a neuronal model. *Journal of Cognitive Neuroscience 5*, 390 - 407.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic, *Cortex 33,* 219 - 250.

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology. Vol 20*(3-6), 487-506.

Dixon, J. A., & Moore, C. F. (1996). The developmental role of intuitive principles in choosing mathematical strategies. *Developmental Psychology, 32*, 241-253.

Duffy, S., Huttenlocher, J., & Levine, S. (2005). It's all relative: How young children encode extent, *Journal of Cognition and Development, 6*(1), 51-64.

Falk, R., & Wilkening, F. (1998). Children's construction of fair chance: Adjusting probabilities. *Developmental Psychology, 34*(6), 1340-1357.

Fischbein, E. (1990). Intuition and information processing in mathematical activity. *International journal of Educational Research, 14,* 31-50.

Gelman, R. (1991). Epigenetic foundations of knowledge structures: Initial and transcendent construction. In S. Carey & R. Gelman.(Eds), *Epigenesis of mind: essays on biology and cognition* (pp. 293-322). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Greeno, J. G., Riley, M. S., & Gelman, R. (1984). Conceptual competence for children''s counting. *Cognitive Psychology, 16*, 94-143.

Hoemann, H., & Ross, B. (1971). Children's understanding of probability concepts, *Child Development, 42*, 221-236.

Huttenlocher, J, Duffy, S., & Levine, S. (2002). Infants and toddlers discriminate amount: Are they measuring? *Psychological Science, 13*(3), 244-249.

Huttenlocher, J., Jordan, N., & Levine, S.C. (1994). A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General, 123*, 284-296.

Huttenlocher, J., Newcombe, N., & Vasilyeva, M. (1999). Spatial scaling in young children. *Psychological Science, 10*(5), 393-398.

Jeong, Y. (2003). *The Development of Proportional Reasoning: Equivalence matching with continuous vs. Discrete quantities.* Dissertation submitted for Ph.D. at University of Chicago.

Jeong, Y. (2004). Children's judgments about proportional Equivalence with Discrete quantities, *Korean Science Journal, XXXI(2)*, 57-80.

Jeong, Y., Levine, S., & Huttenlocher, J. (2007). The Development of Proportional Reasoning: Effect of Continuous vs. Discrete Quantities. *Journal of Cognition and Development Vol8*(2). *237-256.*

Karplus, R., Pulos, S., & Stage, E. K. (1983). Early adolescence proportional reasoning on "rate" problems. *Educational studies in Mathematics. 14,* 219-233.

Kieren, T. E. (1988). *Personal Knowledge of rational numbers: its intuitive an formal development.* In J. Hiebert, & M.

Lemer, C., Dehaene, S., Spelke, E., & Cohen, L. (2003). Approximate quantities and exact number words: Dissociable systems, *Neuropsychologia. 41,* 1942-1958.

Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept, part I Differentiation of stages. *Educational studies in Mathematics, 11*, 217-254.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *The origins of the idea of chance in children.* New York: Norton.

Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*, 306, 499 - 503.

Resnick, L. B. (1995). Inventing arithmetic: Making children' intuition work in school. In C. Nelson(Eds), *The Minnesota Symposium on Child Psychology, Vol. 28*: Basic and applied perspectives on learning, cognition, and development (pp. 75-101). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Reyna, V. F., & Brainerd, C. J. (1993). Fuzzy memory and mathematics in the classroom. In R.H. Logie & G. Davis (Eds.), *Memory in Everyday Life* (pp.91-136). Amsterdam: North-Holland.

Scholottmann, A. (2001). Children's Probability Intuitions: Understanding the Expected Value of Complex Gambles. *Child Development, 71*(1), 103-122.

Siegler, R. S., & Stern, E. (1998) Conscious and unconscious strategy discoveries: A microgenetic analysis. *Journal of Experimental Psychology: General 127,* 377-397.

Siegler, R. S., & Vago, S. (1978). The development of proportionality concept: judging relative fullness. *Journal of Experimental Child Psychology, 25,* 311-395.

Singer, J. A., Kohn, A. S., & Resnick, L. B. (1997). Knowing about proportions in different contexts. In T. Nunes, & P. Bryant, *Learning and teaching mathematics* (pp. 115-132). East Sussex, UK: Psychology Press.

Singer-Freeman, K. E., & Goswami, U. (2001). Does a half pizza equal half a box of chocolate? Proportional matching in an analogy task. *Cognitive Development, 16,* 811-829.

Sophian, C. (2000) Perceptions of proportionality in young children: Matching spatial ratios. *Cognition. 75*(2), 145-170.

Spinillo, A. G., & Bryant, P. (1991). Children's proportional judgments: The importance of "half". *Child Development, 62, 427*-440.

Starkey, P., & Cooper, R. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science 210*(28), 1033 - 1034.

Starkey, P., Spelke, E. S., & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition 36,* 97 - 128.

van Loosbroek., & Smitsman, A. W. (1990). Visual perception of numerosity in infancy. *Developmental Psychology 26,* pp. 916 - 922.

Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month old infants. *Cognition, 74,* B1-B11.

1차 원고 접수: 2009. 07. 15.
수정 원고 접수: 2009. 08. 16.
최종 게재 결정: 2009. 08. 17.

한국심리학회지 : 발달
The Korean Journal of Developmental Psychology
2009. Vol. 22, No. 3, 169-182

Two Dissociable Systems of Proportional Reasoning and their Development

Yoonkyung Jeong
Department of Psychology, Catholic University of Korea

The present study was designed to describe the two dissociable systems(formal and informal systems) of proportional reasoning and their development. For these ends, 4, 6, 8 and 10-year-olds were asked to judge the equivalence of proportions involving continuous or discrete quantities. In discrete condition where formal system may have been activated, only 10-year-olds succeeded; children aged 4, 6 and 8 performed chance level. Most importantly, 4- and 6-year-olds' tendency to be misled by the absolute number was significantly related to their counting proficiency and 10 year olds' successful performance was significantly related to their fluency in fraction use, indicating that their performance in discrete condition was influenced by their acquisition of mathematical convention.; In stark contrast, even 4-year-olds succeeded at matching proportions and children's performance gradually increases with age in continuous condition where informal system may have been activated.; children's errors did not predominantly consist of erroneously choosing the absolute amount match.

Keywords: proportional reasoning, continuous quantities, discrete quantities, counting, fraction