韓國心理學會誌 : 發達
Korean Journal of Psychology : Developmental
1996. Vol.9, No.2, 122-136.

아동의 수 가감조작 능력의 발달에 관한 연구

이유갑　　안신호
부산대학교 심리학과

본 연구는 어린 아동들에게 기본적인 수 가감의 조작능력이 있는지의 여부와 가감조작의 발달 양상을 알아보기 위하여 이루어졌다. 더하기와 빼기의 수 조작의 논리를 구분하여 6 가지의 조작 논리로 분류하고, 이를 토대로 6 가지의 문제 유형을 만들었다. 이러한 문제들을 만 3세부터 7세까지의 아동들에게 실시하여 더하기와 빼기의 조작 능력의 출현 시기와 발달 단계를 확인하고자 하였다. 연령, 문제 제시방식, 그리고 문제 유형의 주효과와 연령과 제시 간, 연령과 문제 유형간의 상호작용 효과가 유의한 것으로 나타났다. 그리고 수식카드 제시 조건에서 나타난 개인별 반응의 분석을 통하여 더하기, 빼기 수 조작의 발달 단계 모형을 설정할 수 있었으며, 그림카드 제시 조건에서 이 모형이 적용될 수 있음을 확인하였다. 본 연구의 특징은 더하기와 빼기의 수 조작의 논리를 분석하고, 이 논리를 바탕으로 여러 유형의 문제를 분류한 것과 더하기가 기본이고 빼기는 더하기의 역산이라는 기존의 개념과는 달리 순수한 형태의 더하기와 빼기와 또 다양한 형태의 역산이 가능함을 밝힌 것이라고 할 수 있다.

수를 이해하고 수를 조작하는 능력은 언어적 능력과 더불어 인간의 가장 기본적인 인지적 능력일 것이다. Piaget(1952)가 수를 논리-수리적 지식(logico-mathematical knowledge)으로 규정한 것은 수 개념 및 수 조작에 대한 심리학적 관심의 시작이라는 점에서는 의미있는 일이었지만, 수 개념 및 수 조작에 대한 보다 본격적인 연구는 아마도 Piaget의 이론에 반기를 든 Gelman(1972 a, b)의 획기적 연구 (일명 마술실험)에 자극받은 바가 크다고 볼 수 있다.

현재 아동의 수 조작 능력의 발달에 관한 논의는 주로 상기한 두 이론적 대립의 흐름 속에서 진행되고 있는 듯한데, 발달상의 가장 기본적인 연구주제로서 다음의 두 가지를 상정할 수 있을 것이다. 첫째는 전조작기 혹은 취학전 연령의 아동들에게서 기본적인 수 조작능력, 특히 더하기와 빼기(가감) 조작 능력이 있는지의 여부에 관한 것이며, 둘째는 수의 가감조작 중 더하기와 빼기의 발달순서에 관한 것으로서, 더하기와 빼기 조작은 동일한 수준의 능력인지 혹은 발달시기상의 차이를 생각해야 할 정도로 차별적인 수준의 능력인지에 관한 논의이다.

수의 조작(혹은 연산)능력의 발달에 관한 논의는 크게 Piaget의 이론적 입장과 이에 반하는 반

Piaget의 입장으로 나누어 볼 수 있다(김숙자, 1995; Gelman과 Baillargeon, 1983). Piaget는 논리적 개념과 수는 묶음조작(grouping operation)의 속성을 공통으로 지니고 있기 때문에 수와 논리는 병행하는 것으로 생각하였다. 두 개의 붉은 구슬과 다섯 개의 흰 구슬이 주어진 상황에서, 전조작기의 아동은 포함관계(inclusion relation)의 개념이 정립되어 있지 못하므로, 두 색깔의 구슬의 공통적인 속성인 "구슬"의 집단을 산출하는 합집합(union of sets)의 구성능력이 없다는 것이다. 그리고 Piaget는 유아들이 비교적 쉽게 사용하는 수 세기(counting)의 기술도 아동 스스로의 이해를 바탕으로 해서 갖추어진 것이라기보다는 어른으로부터 훈련된 기술이라고 보기 때문에 이 단계에서의 형식적인 더하기, 빼기의 수 조작에 관한 학습은 부적절한 것으로 생각하였다.

이에 반하여, 만 3세 정도의 유아들도 더하기, 빼기의 수 교육 내용을 학습할 수 있다는 입장을 지지하는 연구들이 있는데, 이 중 대표적인 연구는 Starkey와 Gelman(1982)의 것이다. 이 연구에서는 어른의 손바닥에 일정한 개수의 동전을 놓고서, 우선 아동으로 하여금 동전의 갯수를 세어 보게 한 후, 그 다음에 아동이 보고 있는 가운데 손바닥 안의 동전을 더하거나 뺐다. 그런 다음에 손바닥 안에 몇 개의 동전이 남아있는지를 아동에게 물어보았는데, 3세의 아동의 경우에도 전체의 갯수가 아주 적은 경우(예를 들어 2개나 3개)에는 어느 정도 맞추어 내었다. Fuson(1982)과 Hughes(1986)의 연구들도 비슷한 결과를 보여주었다. 이러한 논의를 정리하여 보면, Piaget의 이론을 바탕으로 한 입장에서는 취학전 연령의 아동들은 수보존개념이 형성되기 전에는 가역성 등의 논리적인 능력의 부족으로 해서 더하기나 빼기의 수 조작이 불가능한 것으로 주장하고 있지만, 최근의 연구결과들을 고려하여 보건대, 전조작기의 아동들도 다루는 수의 크기에 있어서 부담이 안 되는 상황하에서는 더하기와 빼기의 문제들을 해결할 수 있을 것으로 생각된다.

다음으로 더하기와 빼기 조작의 발달순서에 관한 논의를 살펴보고자 한다. 이 영역에도 역시 대립되는 두 입장이 있다. 먼저, 형식적인 도식에 있어서 빼기 조작은 더하기 조작과 별도의 것이 아니라는 입장이다. 즉 더하기와 빼기를 별도의 조작으로 규정하기보다는 동일한 규칙이 두 조작을 지배하는 것으로 상정하는 것이 보다 경제적이며, 따라서 빼기는 더하기 조작을 규정하는 규칙 하에 포섭된다는 것이다. 아울러 0과 음수를 합법적인 수의 영역으로 인정하게 됨으로써 빼기 조작이 더하기 조작만큼 일반적으로 적용되게 되었다는 것이다(Gelman & Gallistel, 1978).

이에 대립되는 입장의 학자들은, 더하기와 빼기의 조작이 가능하게 되는 발달순서에는 차이가 있으며, 더하기 조작이 먼저 시작되고 다음에 빼기의 조작이 가능하다고 주장한다. 그들은 그 근거로서 다양한 이유를 제시한다. 첫 번째 이유는 빼기가 더하기의 역산이라는 것이다. 일반적으로 더하기는 두 개의 수를 한 집단 안으로 조작함으로써, 그 두 수를 하나의 수로 나타내게 하는 세 번째의 수 즉 두 수의 합을 이끌어내는 행위로 생각할 수 있으며, 이에 비하여 빼기는 덧셈의 역산으로서 a+b=c이면 c-a=b와 c-b=a의 형태를 취하므로, 더하기보다 빼기 조작에서 더 어려움을 느끼고, 더 많은 실수를 나타낸다는 것이다(김숙자, 1995).

Hughes(1986)는 수의 문제를 풀어 가는 과정에서 어린 아동이 사용하는 책략이 그때 취급되는 수의 크기에 따라 다를 수 있음을 빼기가 어려운 이유로 지적했다. 즉 취급되는 수가 작은 경우에는 손가락을 이용하여 계산을 할 수 있으므로, 더하기나 빼기의 조작에서 차이가 별로 없지만, 취급되는 수가 큰 경우에는 주로 언어적인 수 세기를 통하여 해결하기 때문에 특히 빼기에서 어려움을 더 느끼게 된다고 주장하였다. 더하기에서는 하나, 둘, 셋, 넷의 순으로 세고, 빼기에

서는 넷, 셋, 둘, 하나의 순으로 세는데, 빼기의 이러한 숫자 세기는 아동의 일상생활에서의 경험 기회가 적으므로 아동의 입장에서는 정확한 답을 얻기가 어려워진다는 것이다.

아동이 빼기에서 어려움을 느끼는 세 번째 이유로서 실제의 생활의 장에서 나타나는 빼기 자체에 대한 해석이 다양함이 지적되기도 한다(Holmes, 1985). 빼기는 '끄집어낸다', '무엇을 제거한다', '무엇을 비교한다', '얼마나 더 많이' 등의 다양한 개념을 함축하고 있기 때문에 빼기의 과정이 더 어렵다는 것이다. Kamii(1985)도 비슷한 입장이다. 그는 빼기를 그 해석상의 차이에 따라 분리(separating), 비교(comparing), 동등(equalizing)의 세 조작으로 나눌 수 있다고 주장하였다. 분리는 이전의 량에서 일부를 떼어 내고 남은 량을 문제삼는 것이다. 비교는 두 독립된 량의 차이를 문제삼는 것이고, 동등은 현재의 작은 량에 얼마만큼을 더 추가하여야 원하는 큰 량을 만들 수 있는지를 문제삼는 것이다.

빼기가 더하기보다 어려운 이유로서 거론된 위의 세 가지 주장은, 그러나, 논리적으로 완벽해 보이지가 않는다. 우선, 더하기는 기본적인 것이며 빼기는 더하기의 역산이라는 주장부터 검토해 보기로 하자. 위에 언급한 Kamii의 세 가지 빼기 중 동등은 더하기의 역산으로 볼 수 있다. 즉 현재의 량을 a, 원하는 량을 b, 문제의 요구되는 량을 x(앞으로 미지수는 x로 표시하기로 함)라 할 때, $a+x=b$, 따라서 $x=b-a$ 로서 추론될 수 있다. 그러나 분리와 비교는 더하기의 역산으로 추론하기가 어색하고, 특히 분리는 더하기의 역산으로 보는 것이 억지이다. 분리는 순수한 (더하기의 역산이 아니라는 의미에서) 빼기로 보아야만 할 것 같다. 역으로, 더하기 중에는 빼기의 역산이 없는가를 생각해 보자. 미지의 량(x)에서 누군가가 일부(a)를 떼어 갔는데 나머지가 b인 상황에서 x를 알고 싶을 때, $x-a=b$, 따라서 $x=a+b$라는 추론을 하게 될 것이다. 요컨대, 더하기와 빼기 각기 순수한 (역산 아닌) 형태가 존재하며, 또한 역산으로의 빼기와 마찬가지로 역산으로의 더하기도 존재한다고 보아야 한다.

빼기가 어려운 두 번째 이유에 대해 생각해 보기로 하자. 빼기는 수를 역순으로 세어 계산한다는 것이 이유이었다. 그러나 빼기를 역순의 수 세기로 계산하는 것은 큰 수에서 아주 작은 수를 뺄 때만 적용된다. 큰 수에서 비슷하게 큰 수를 뺄 때는 원래의 수 순서로 (작은 수에서 큰 수 방향으로) 세어 계산한다. 예컨대, 81에서 3을 뺄 때는 81, 80, 79, 78을 세지만, 81에서 78을 뺄 때 81, 80, - - - 4, 3으로 세어 답을 얻는 사람은 없다. 이 때는 78, 79, 80, 81을 세어 3이라는 답을 얻는다. (더하기 때 작은 수에서 큰 수 방향으로 세는 것도 큰 수에 아주 작은 수를 더할 때만이다.) 무엇보다도, 이 이유는 아주 비현실적이다. 정상적인 교육을 받은 사람이 큰 수를 더하고 뺄 때는 이미 (십진법의 원리를 터득함과 아울러) 한 자리의 두 수와 그 합(예컨대, 7과 8은 15; 혹은 3과 6은 9)으로 구성된 많은 조합을 장기기억 속에 저장하여 그 기억을 활용한다. 정상적인 교육을 받은 사람의 경우에 그 조합들은 과학습되어 두 수만 보면 자동적으로 다른 한 수가 인출된다(박영신, 1994; Aschcraft, 1982). 위의 문제 81-3을 역순의 수 세기를 하여 답을 얻는 사람은 (미국 영화에서 그런 장면이 이따금 보이기는 하지만) 흔하지 않을 것이다. 대개는 장기기억에 저장되어 있는 11-3=8(혹은 3+8=11)이라는 덧, 뺄셈 관계 수 조합을 인출하고 십진법 원리의 지식을 동원하여 78이라는 답을 얻을 것이다. 더하기보다 빼기가 더 어려운 것으로 결론을 내리게 되는 연구의 실험재료(숫자)상의 문제점도 고려할 필요가 있다. 56+38 (답 94)과 94-56 (답 38)의 두 계산 중 어느 것에서 오답률이 높을지를 조사한다면, 빼기에서 오답률이 높다는 결과를 얻을 가능성이 있다. 이 두 문제에 동원된 세 수는 각기 같았으므로 이 결과는 문제가 없는 것으로 간

주될 여지가 있다. 그러나 이 결과는 각 문제를 풀 때 실제로 취급되는 두 수의 크기를 비교할 때 빼기가 더 큰 수를 포함했기 때문일 수 있다 (더하기의 94는 취급되는 수가 아니라 계산 결과 얻어진 것이며, 빼기의 94는 계산할 때 실제로 취급해야 함). 56-38과 56+38 중 어느 문제에서 오답률이 높을 것인가? 이 때는 더하기에서 오답률이 높을 가능성이 있다. (물론 이 두 문제도 공정하다고 볼 수는 없다. 사실 이 점에서 공정한 문제를 만드는 것은 불가능하다.)

빼기가 더하기보다 어려움을 주장하는 세 번째 근거는 빼기의 해석이 다양하다는 것이다. 이 주장은 두 가지 측면에서 주목할 필요가 있다. 그 하나는, 혹시 더하기에도 해석을 달리하는 여러 종류의 더하기가 존재할 가능성이 있을 것인가를 검토해 볼 필요성을 일깨워준다는 것이다. 다른 하나는 빼기와 더하기를 이분법으로 나누어 연구할 것이 아니라 성질을 달리하는 다양한 더하기와 빼기를 연구할 수 있는 길을 열어 준다는 점이다.

앞에서 우리는 더하기, 빼기, 각기 순수한 (역산이 아닌) 형태의 문제가 존재하며, 또한 각기 역산으로서 추론되는 형태의 문제가 존재할 가능성에 대해 언급했었다. 이를 보다 구체적으로 접근

표 1. 더하기, 빼기 수 조작의 분류

명칭	수논리	더하기/빼기 조작
단순더하기	a+b=x	더하기
단순빼기	a-b=x	빼기
더한 수	(a+x=b) -> x=b-a	빼기
뺀 수	(a-x=b) -> x=a-b	빼기
더하기전 수	(x+a=b) -> x=b-a	빼기
빼기전 수	(x-a=b) -> x=b+a	더하기

주. a, b는 기지수이며, x는 미지수.

해 보기로 한다. a+b=x 의 형태에서 x를 구하는 문제(먼저 있던 량에 무언가가 추가되었을 때 그 합을 구하는 문제)와 a-b=x 의 형태에서 x를 구하는 문제(먼저 있던 량에서 일부가 배제되었을 때 그 남은 량을 구하는 문제)는 각기 역산을 상상하기가 불가능하다. 이 두 형태를 각기 "단순 더하기" 및 "단순 빼기"로 명명하기로 한다. "단순 빼기"의 기지수 (a 혹은 b) 중 하나를 미지수로 바꾸고 미지수 (x)를 기지수로 바꾼 두 식 x-b=a, a-x=b에서 각 x를 구하는 문제는 각기 다른 의미를 갖는다. 전자(x-b=a)에서 역산된 x=a+b는 전의 미지의 량에서 (기지의) 일부를 빼고 난 나머지를 아는 상황에서 *빼기 전의 량*을 구하는 것이다("빼기 전 수"를 구하는 문제로 명명). 후자(a-x=b)에서 역산된 x=a-b는 빼기 전의 수와 빼고 난 나머지 수를 알 때 뺀 수를 구하는 것으로 "뺀 수"의 문제라 명명하기로 한다.

"단순 더하기" a+b=x의 두 기지수 중 하나를 미지수로, 그리고 미지수(x)를 기지수로 바꾼 x+b=a, a+x=b 중 후자를 역산한 x=b-a는 큰 수 (b)를 얻기 위해 a 이외에 *추가로 요구되는* 수를 알고자 하는 경우로서 Kamii가 "동등"이라고 부른 것과 일치한다("더한 수"로 명명). 미지수가 더하기 앞에 있는 전자(x+b=a)의 역산, x=a-b는 "더하기 전 수"라 명명한다. 이 여섯 가지 더하기, 빼기를 정리하여 표 1에 제시하였다. 여섯 가지 중 더하기는 두 가지였고(단순 더하기와 빼기 전 수) 빼기는 네 가지(단순 빼기, 더한 수, 뺀 수, 및 더하기 전 수)이었다. "뺀 수"는 빼기의 역산이면서도 빼기가 되므로 (a-x=b -> x=a-b), 빼기가 더 많게 되었다. 이 네 가지 빼기에는 Kamii의 분류에서의 "비교"는 포함되지 않았다.

본 연구는 이 여섯 가지 빼기, 더하기 조작능력이 언제 나타나며, 어떤 발달 양상을 보이는지를 알아보는 것이 목적이다. 앞에서도 지적하였듯이 빼기, 더하기 조작능력에 관한 연구에서 연구결

과의 의미를 애매하게 만드는 가장 중요한 요인의 하나는 문제에 동원된 수의 크기이다. 본 연구에서는 수의 크기가 피험자에게 부담이 안 되도록 가급적 작은 수를 택했다.

방 법

피험자. 만 3, 4, 5, 6, 7세 아동을 연구대상으로 하였으며 인원은 각 집단별로 남, 녀 각 12명씩 모두 120명이었다. 만 3, 4, 5세 아동은 김해시내의 유치원생들이었으며, 만 6, 7세 아동은 역시 김해 시내의 초등학교 1, 2학년생들이었다.

재료. 수 과제는 모두 6가지의 문제유형으로 구성되었다. 그림카드 2세트가 만들어졌는데, 한 세트는 다람쥐가 바구니 속의 도토리를 세는 장면을 6가지의 상황으로 나누어서 재미있는 그림으로 묘사한 것이며, 또 다른 한 세트는 어린이가 바구니 속의 꽃송이를 세는 장면을 6가지의 상황으로 묘사한 것이었다. 각각의 상황은 세 장면의 그림으로 제시되었다. 수식카드 역시 2세트가 사용되었는데, 각각의 세트에는 6가지 유형의 수식이 쓰여져 있었으며, 그림카드와의 균형을 맞추기 위하여 각각의 숫자 밑에는 그 숫자만큼 다람쥐나 꽃송이가 그려져 있었다. 전체 수의 크기가 기본적인 수조작 능력의 확인을 방해하지 않도록 하기 위하여 만 3, 4세 아동용 재료에는 전체수가 3을 넘지 않도록 하였으며, 5, 6, 7세 아동용 카드는 전체 수가 5이내로 제한되었다. 카드의 문제들은 같은 숫자의 반복 노출에 의한 우연 맞추기의 가능성을 없애기 위하여 각각 다르게 구성하였다.

절차. 실험자가 한 명의 피험자와 책상에 마주 앉아서 하나하나의 반응을 측정하는 개별실험이었다. 그림카드 제시조건에서는 피험자들에게 "여러분 숫자 셀 줄 알아요? 선생님이 그림을 보여주면서 다람쥐가 도토리를 세는(아이가 꽃을 세는) 이야기를 해 줄 테니까 잘 들어보세요. 잘 들어보고 나서 선생님이 묻는 말에 대답을 해 주세요. 여러분이 생각나는 대로 대답하면 됩니다. 자, 이제 시작합니다."라고 한 후 각 유형의 문제들을 3장의 그림카드와 함께 설명하였다. 수식카드 제시조건에서는 "여러분 이 카드는 숫자를 가지고 더하기와 빼기를 해 놓은 것입니다. 이 카드를 잘 보고 나서 네모 안에 들어가면 맞는 수를 잘 생각해보세요. 그리고 나서 그 숫자만큼 도토리(꽃송이)를 집어서 네모 안에 넣으세요(만 6, 7세 아동은 네모 안에 숫자를 써넣도록 지시함)"라고 한 후 각 유형의 문제가 쓰여진 카드를 하나씩 제시하였다(만 6, 7세 아동에게는 문제지 묶음을 나누어 줌. 조사자의 지시에 따라 문제지 묶음을 한 장 씩 넘겨 가면서 숫자를 적도록 함). 그림카드와 수식카드의 제시순서, 다람쥐가 도토리를 세는 세트와 어린이가 꽃송이를 세는 세트의 제시순서는 상쇄(counterbalance)의 절차를 사용하였다. 그러나 문제의 유형은 고정된 순서로 제시되었다. 각 문제의 유형을 3장의 그림카드를 보여주면서 설명한 내용을 소개하면 다음과 같다. 단순 더하기와 단순 빼기의 문제유형은 너무 단순하기 때문에 생략하기로 한다.

더한 수(뺀 수) 유형의 문제 : (1) 다람쥐가 바구니 속에 도토리를 2개 (5개)넣어 놓았어요. (2) 그런데 다람쥐가 도토리를 몇 개인지 모르지만 바구니 속에 더 넣었어요. (그런데 다람쥐가 배가 고파서 바구니 속의 도토리를 몇 개인지는 모르지만 꺼내 먹었어요.) (3) 그러고 나서 바구니 속의 도토리가 모두 몇 개인지 세어 보니까 모두 5개가 되었어요. (그러고 나서 바구니 속에 도토리가 몇 개가 있는지 보니까 1개가 남아 있었어요.) (4)질문 : "그러면 다람쥐는 바구니 속에 도토리를 몇 개를 넣었을까요? (다람쥐는 바구니 속의

표 2. 각 제시조건, 연령, 및 문제유형에 따른 정반응 점수 평균 및 표준편차

문제 유형	연령 3세	4세	5세	6세	7세	계
<수식 제시조건>						
단순더하기	.50 (.83)	1.17 (1.01)	1.79 (.59)	2.00 (0)	2.00 (0)	1.49 (.86)
단순빼기	0 (0)	.33 (.76)	.63 (.92)	1.58 (.78)	2.00 (0)	.91 (.99)
뺀 수	.04 (.20)	.08 (.41)	.92 (.97)	1.58 (.78)	2.00 (0)	.92 (.98)
더한 수	.04 (.20)	.17 (.56)	.50 (.88)	1.46 (.88)	2.00 (0)	.83 (.98)
더하기 전 수	.08 (.28)	.17 (.56)	.50 (.88)	1.25 (.94)	1.83 (.94)	.77 (.96)
빼기 전 수	.13 (.45)	.92 (1.02)	.42 (.83)	.92 (.93)	1.58 (.97)	.79 (.96)
계	.13 (.45)	.47 (.85)	.79 (.97)	1.47 (.85)	1.90 (.43)	.95 (.98)
<그림카드 제시조건>						
단순더하기	2.00 (0)	2.00 (0)	2.00 (0)	2.00 (0)	2.00 (0)	2.00 (0)
단순빼기	1.96 (.20)	2.00 (0)	2.00 (0)	2.00 (0)	2.00 (0)	1.99 (.09)
뺀 수	1.83 (.38)	2.00 (0)	2.00 (0)	2.00 (0)	2.00 (0)	1.97 (.18)
더한 수	1.33 (.76)	1.83 (.38)	2.00 (0)	2.00 (0)	2.00 (0)	1.83 (.46)
더하기 전 수	1.17 (.92)	1.71 (.46)	2.00 (0)	2.00 (0)	2.00 (0)	1.78 (.56)
빼기 전 수	1.17 (.92)	1.54 (.59)	2.00 (0)	2.00 (0)	2.00 (0)	1.74 (.59)
계	1.58 (.73)	1.85 (.38)	2.00 (0)	2.00 (0)	2.00 (0)	1.88 (.40)

주 1. 단순 더하기의 예는 3+1=( ); 단순 빼기의 예는 5-1=( ); 뺀 수의 예는 5-( )=3; 더한 수의 예는 2+( )=5; 더하기 전 수의 예는 ( )+2=5; 빼기 전 수의 예는 ( )-2=3.

2. 오반응은 0점, 정반응은 1점이며, 개인별 점수는 0-2 점임.

도토리를 몇 개 꺼내 먹었을까요?)"

더하기 전 수(빼기 전 수) 유형의 문제 : (1) 다람쥐가 바구니 속에 몇 개인지 모르지만 도토리를 넣어 두었어요. 몇 개인지 안 보이지요?(동일) (2) 그런데 다람쥐가 바구니 속에 도토리를 3개 더 넣었어요. (그런데 다람쥐가 배가 고파서 바구니 속의 도토리를 2개 꺼내 먹었어요.) (3) 그러고 나서 바구니 속의 도토리가 몇 개인지 세어보니까 모두 4개가 되었어요. (그러고 나서 바구니 속의 도토리가 몇 개 있는지 보니까 3개가 남아 있었어요.) (4)질문 : "그러면 처음에 바구니 속에는 도토리가 몇 개 들어 있었을까요?(바구니 속에는 처음에 도토리가 몇 개 들어 있었을까요?)"

측정방법. 그림카드 제시조건에서는 조사자가 6 유형의 문제를 묘사한 각 3장씩의 그림카드를 펼쳐놓고 각각의 장면을 설명한 후, 피험자가 말로써 대답하는 구체적인 숫자들을 반응으로 기록하였다. 수식카드제시 조건의 경우, 만 3, 4, 5세 아

표 3. 수식제시 조건에서의 반응 단계별 피험자수

단 계	연 령				
	3 세	4 세	5 세	6 세	7 세
전혀 모름	17	7	2	-	-
무조건 더하기	2	7	5	2	-
단순 더하기 해결	5	3	6	2	-
단순 더하기와 단순 빼기 해결	-	3	2	2	-
위 두 가지와 더한 수, 뺀 수 해결	-	-	-	2	1
위 네 가지와 아울러 빼기 전 수, 더하기 전 수 중 하나 해결	-	-	6	12	5
모두 해결	-	-	-	4	18
분류 불가능 사례	0	4[a]	3[b]	0	0

[a] 더한 수 과제만 실패한 아동 1명; 빼기 전 수 과제만 실패한 아동 3명.

[b] 단순 더하기와 더한 수 과제만 실패한 아동 3명.

주. 단순 더하기의 예는 3+1=( ); 단순 빼기의 예는 5-1=( ); 뺀 수의 예는 5-( )=3; 더한 수의 예는 2+( )=5; 더하기 전 수의 예는 ( )+2=5; 빼기 전 수의 예는 ( )-2=3.

동들에게는 6유형의 문제를 하나씩 제시하고, 괄호 속에 도토리나 꽃송이를 세어서 넣도록 하였으며, 만 6, 7세 아동들에게는 6유형의 문제가 들어있는 문제지 묶음을 주고 조사자의 지시에 따라 한 장씩 넘겨가면서 괄호 속에 숫자를 써넣도록 하였다.

조사자. 조사자는 2명이었으며, 1명은 만 5, 6, 7세 아동들을 대상으로 조사하였으며, 나머지 1명은 만 3, 4세 아동을 대상으로 조사하였다. 각자 지시문과 장면 설명 내용에 숙달한 후, 사전에 정해진 절차에 따라 조사를 하였다.

결 과

각 피험자는 각 제시 조건별 각 유형의 문제 두 가지씩(도합 24 문제)에 응답하였다. 한 번의 정반응에 1점을 주어 각 제시조건, 문제유형, 및 연령별로 평균을 제시한 것이 표 2이다. 본 연구에서의 독립변인 중 그림 제시시의 그림 내용(도토리 세는 상황과 꽃송이 세는 상황)에 따른 효과

표 4. 그림 제시 조건에서의 반응 단계별 피험자수

단 계	연 령						
	3 세		4 세		5 세	6 세	7 세
	제 1 시행	제 2 시행	제 1 시행	제 2 시행			
전혀 모름/ 무조건 더하기/ 단순 더하기 해결	-	-	-	-	-	-	-
단순 더하기와 단순 빼기 해결	7	3	-	-	-	-	-
위 두 가지와 더한 수, 및 뺀 수 해결	6	2	4	-	-	-	-
위 네 가지와 아울러 빼기 전 수와 더하기 전 수 중 하나 해결	4	7	7	2	-	-	-
모두 해결	5	12	9	22	24	24	24
분류 불가능 사례	2[a]	-	4[b]	-	-	-	-

[a] 단순 더하기, 더한 수, 빼기 전 수 과제에 성공한 1 명; 단순 더하기, 단순 빼기, 빼기 전 수 과제에 성공한 1 명.

[b] 더한 수 과제만 실패한 2명; 더한 수와 빼기 전 수 과제만 실패한 1 명; 더한 수와 더하기 전 수 과제만 실패한 1 명

주 1. 단순 더하기의 예는 3+1=( ); 단순 빼기의 예는 5-1=( ); 뺀 수의 예는 5-( )=3; 더한 수의 예는 2+( )=5; 더하기 전 수의 예는 ( )+2=5; 빼기 전 수의 예는 ( )-2=3.

는 없었으므로 두 상황을 통합(pooling)하여, 연령, 성별(이상 개인 간 변인), 제시방식, 문제 유형(이상 개인 내 변인)을 독립변인으로 하여 변량분석한 결과, 연령[($F(4, 110)=88.38$, $p=<.0001$], 제시조건[$F(1, 110)=583.24$, $p<.0001$], 문제유형 [$F(5, 550)=34.81$, $p<.0001$]의 주효과가 유의하였다. 그리고, 연령과 제시조건 간의 상호작용 효과 [$F(4, 110)=24.50$ $p<.0001$], 연령과 문제유형 간의 상호작용효과[$F(20, 550)=3.70$, $p<.0001$]가 유의하였다. 성 변인의 주효과[$F(1, 110)=1.06$, $p>.3$] 및 그 밖의 상호작용효과는 유의하지 않았다(모두 $F<1$).

연령과 제시조건간의 상호작용효과는 7세 아동에 있어서는 그림 제시조건에서는 물론 수식제시

조건에서도 이미 천정 효과에 달한 반응을 보인 데 반하여 3-5세 아동들은 그림 제시조건 때의 정반응 점수와 수식 제시조건 때의 점수간에 차이가 매우 컸기 때문이었다. 연령과 문제유형간의 상호작용 역시 7세 아동들이 수식 제시 조건의 빼기 전 수 과제를 제외한 모든 유형의 문제에서 천정 효과를 보인 반면, 3-5세 아동들은 문제 유형별로 심한 점수차를 보인 데 기인한다.

표 2의 수식 제시조건에서의 정반응 점수에 의하면, 7세 아동은 단순 더하기, 단순 빼기, 그리고 미지수가 뒤 항에 있는 과제인 뺀 수, 더한 수 과제에서 모두 만점을 받았다. 미지수가 앞 항에 있는 나머지 두 문제 중, 빼기 전 수를 덧셈으로 구하는 문제에 대한 정반응이 더하기 전 수를 뺄셈으로 구하여야 하는 문제에서보다 더 낮았다. 똑같은 추세가 6세 아동의 결과에서도 발견되었다. 3, 4, 5, 6세 아동의 반응에서 단순 더하기 과제의 정반응 점수가 다른 다섯 과제보다 월등히 높았다.

그런데, 3, 4세 아동의 결과(수식 제시조건)에서 놀라운 현상이 발견되었다. 빼기 전 수 과제는 7세 아동에서도 오답률이 35% 가량 되는, 여섯 가지 문제유형 중 가장 정답률이 낮은 문제인데, 4세 아동의 반 수 가까이에서 정답이 나온 것이었다. 3세 아동에서도 (심한 편은 아니지만) 비슷한 경향이 발견되었다. 원자료를 자세히 검토한 결과, 3, 4, 5세 아동 중에서 무조건 두 수를 더하는 책략을 쓰는 아동이 상당수 있음을 알 수 있었다. 이들은 여섯 가지 문제 중 단순 더하기와 빼기 전 수 과제에서만 정답을 내고 단순 빼기를 비롯하여 나머지 네 과제에서 오답을 내 놓았다. 여섯 가지 과제 중 이 두 과제는 기지수 두 항을 더하면 정답이 되는 것이었고, 나머지 4과제는 빼기를 하여야 정답이 되는 것이었다. 이런 무조건 더하기의 책략을 쓰는 아동의 수는 3세 집단에서 2명, 4세 집단에서 7명, 5세 집단에서 5명, 6세 집단에서는 2명이었다. 이 특이한 반응범주를 별도로 설정하면, 아동들의 반응을 어떤 단계로 나눌 수 있을 것 같았다. 즉 단순 더하기와 단순 빼기의 과제에 정답을 못 내놓으면서, 다른 과제, 예컨대 뺀 수 과제나 더하기 전 수 과제에서 정답을 내는 경우는 거의 없었다. 표 3은 수식카드 제시조건의 결과에 근거한 단계의 설정과 각 단계에 속하는 사례수를 표화한 것이다.

3세 아동의 71%는 전혀 모름의 단계이었으며 무조건 더하기 단계가 8%이었고 21%는 단순 더하기의 단계이었다. 4세에서는 단순 빼기도 가능한 아동(13%)이 나타나고, 전혀 모름의 단계에 속하는 아동(29%)이 줄어들면서, 무조건 더하기 단계의 아동(29%)이 증가하였다. 5세에서는 빼기 전 수와 더하기 전 수 중 하나를 틀리고 나머지 다섯 과제를 모두 해결하는 아동(25%)이 나타나지만, 아직 무조건 더하기 단계(21%)나 전혀 모름의 단계(8%)에 머무르는 아동들도 상당수 있었다. 6세에서는 여섯 과제 모두를 해결하는 아동(17%)이 나타나고, 여섯 과제 중 한 과제만 (빼기 전 수나 더하기 전 수) 틀린 아동(50%)이 많았다. 전혀 모름 단계에 속하는 아동은 없으나, 무조건 더하기 단계의 아동(8%)이 약간 있었다. 1년간 학교교육을 받은 연령층인 7세에서는 75%가 여섯 과제를 모두 해결할 수 있는 단계이었으며, "단순 더하기와 단순 빼기" 단계 및 그 이전 단계에 속하는 아동은 한 명도 없었다.

전체 124명의 피험자 중 7명만이 이 단계구분 중 소속단계를 정할 수 없는 반응패턴을 보였다. 4세 아동 중 3명은 오직 빼기 전 수 과제에서만 정답을 보였고, 다른 4세 아동 1명은 더한 수 과제를 제외하고 나머지 5과제에서 정반응을 보였다. 더한 수 과제를 못 풀면서 더하기 전 수 과제나 빼기 전 수 과제를 해결하는 것은 본 단계 설정에 어긋나는 반응패턴이었다. 5세 아동 중 3명은 단순 더하기 과제에서 오답을 내면서 더 상급단계에서 해결할 수 있을 것으로 상정된 문제의 정답을 내놓았다. 이들 7명을 제외한 94%의

피험자들은 표 3의 단계모델이 예상하는 패턴의 반응을 보여주었다.

단순 더하기 과제만 푸는 단계와 무조건 더하기 단계 중 어느 것이 더 상위단계인가를 알아보기 위해서 두 단계에 속하는 4세 아동들의 그림카드 제시조건시의 반응패턴을 살펴보았다. 5세 아동들은 그림카드 제시조건시에 천정효과를 보였기 때문에 4세 아동들이 이 목적에 적합한 집단이었다. 4세 아동 중 수식카드 제시조건에서 단순 더하기 단계에 속했던 3명은 모두 그림카드 제시조건에서 단 하나의 오답도 내지 않았다. 그러나 수식카드 제시시 무조건 더하기 단계였던 아동들 7명 중 2명만이 그림카드 제시시 모든 문제에서 정답을 내놓았다. 이는 무조건 더하기의 책략단계가 단순 더하기만을 정확하게 해결할 수 있는 단계보다 더 하위단계임을 암시하는 것이다.

표 2의 그림카드 제시조건시의 정반응 점수에 의하면, 5, 6, 7세 아동들은 모든 문제에 대하여 정답을 내놓았음을 알 수 있다. 단순 더하기, 단순 빼기 과제에서 3세 아동들도 거의 모두가 정답을 내놓았다. 이것은 가장 기본적인 수 조작인 단순 더하기 및 단순 빼기는, 그것이 부담스럽지 않은 크기의 수가 관여된 실제 생활 속에서의 문제인 경우, 아주 어린 아동들도 문제해결이 가능함을 입증해주는 것이다.

앞 페이지의 표 4에는 그림카드 제시조건에서의 단계별 피험자수를 제시하였다. 3, 4세 아동들의 자료만이 표에서 의미를 갖는데, 두 시행 중 두 번째 시행에는 정반응이 증가하여 1, 2 시행을 따로 나누어서 제시하였다. 한 가지 특기할 사실은 제 1시행시 실패한 과제 중에서 제 2시행시 어떤 과제에서는 성공하고 어떤 과제에서는 실패하는 경우, 성공하는 과제는 주로 하위 단계의 과제였다는 점이다. 그 단적인 예를 4세 아동의 결과에서 볼 수 있다. 4세 아동은 또한 수식카드 제시조건때 다양한 단계별로 사례수가 고루 퍼져 있었고, 그림카드 제시조건에서도 (1, 2시행 자료를 묶어 보면) 다양한 단계에 피험자들이 분포되어 있다. 4세 아동의 수식카드 제시조건 결과에서 가장 상위단계였던 단순 더하기 및 단순 빼기의 단계에 속했던 3명, 그리고 그 아래 단계인 단순 더하기의 단계에 속했던 3명 모두 그림카드 제시조건에서는 모든 과제에서 정반응을 보였다. 무조건 더하기 단계에 속했던 7명과 전혀 모름 단계에 속했던 7명은 표 4에서 4세 아동이 보여주고 있는 세 단계 및 분류불가능의 범주에 고루 분포되어 있었다. 수식카드 제시조건시 분류불가능 범주에 속했던 4명 중 3명은 빼기 전 수나 더하기 전 수 과제 중 하나에서, 그리고 나머지 1명은 두 과제 모두에서 실패하였다.

논 의

본 연구에서는 첫째, 아동에게 부담을 주지 않는 크기의 수를 사용하여 이야기 속에서 더하기와 빼기 과제가 주어질 때 기본적인 수조작능력이 얼마나 빨리 나타날 수 있는지, 둘째, 더하기와 빼기의 수 조작논리에 근거한 여러 유형의 문제에서 유형에 따른 발달상의 차이 여부를 확인하고자 하였다.

실험에서 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, 더하기와 빼기의 수 조작을 그림카드에 의하여 구체적인 상황으로 제시하면 만 3세와 같은 아주 어린 연령층에서도 단순 더하기나 단순 빼기는 물론 그 이상의 수준에서도 수 조작이 가능함을 알 수 있었다. 그리고 이 그림 제시조건에서는 만 5세 정도이면 모든 유형의 더하기, 빼기 조작 과제에 대하여 100%의 정반응을 보여주었다. 따라서 전조작기의 아동도 상당한 수준의 더하기, 빼기의 수 조작능력이 있음을 확인할 수 있었다. 두 번째는 제시조건의 효과인데, 이것은 첫 번째에 언급된 결과와 맞물리는 것으로서, 아동에게 친숙하고 구체적인 일상의 예를 통하여

수 조작에 접근하면 숫자와 부호의 결합체인 수식만을 제시하는 것보다 훨씬 효과적임을 확인할 수 있었다. 셋째, 더하기와 빼기의 수 조작 논리에 근거한 문제유형의 효과로서, 더하기 전 수의 유형의 문제(예; □+2=5)와 빼기 전 수의 유형의 문제(예; □-2=3)가 가장 어려운 것으로 나타났으며, 다음으로는 뺀 수의 유형의 문제(예; 5-□=1)와 더한 수의 유형의 문제(예; 2+□=5)가 어려웠으며, 다음으로는 단순 빼기, 단순 더하기의 순서였다. 넷째, 제시조건과 연령간, 문제유형과 연령간의 상호작용효과가 유의하였다. 먼저, 제시조건과 연령간의 상호작용 효과는 어린 연령층에서는 제시조건에 따른 수행의 차이가 큰 반면, 나이가 많은 집단에서는 이러한 차이가 없는 데 기인한 것이었다. 다음으로 문제유형과 연령간의 상호작용 효과는 비교적 나이가 많은 연령층(초등학교1, 2학년)의 아동들의 경우에 어린 연령층 아동들에게서 매우 높은 비율로 오반응이 나타났던 더하기 전 수 및 빼기 전 수의 문제에서 상당히 높은 정반응을 보였기 때문이다. 따라서, 상호작용효과는 어린 연령층 아동들의 경우에는 그림카드 제시조건이 무척 효과적이었던 반면 수식카드는 별 차이를 가져오지 못하였으며, 어린 연령층의 아동들은 문제유형에 따른 수행상의 차이가 컸던 반면에 비교적 나이가 많은 연령층의 아동들에게서는 문제유형에 따라 수행상의 차이가 없었던 것으로 해석해 볼 수 있다.

그리고 그림카드 제시조건과 수식카드 제시조건에서 나타난 개별적 반응을 체계적으로 분석한 결과, 각각의 경우 몇 몇의 예외적인 사례가 있긴 하였지만 아동들의 수 조작능력은 뚜렷한 단계를 거쳐서 발달하여 나간다는 사실을 확인할 수 있었다.

본 연구에서 얻어진 결과들의 시사점은 다음과 같다. 첫째, 현행 수학교육방식과 관련한 문제로서, 새로운 수학교육의 흐름에서 중요한 것은 가르쳐지는 교육보다 아동이 스스로 행함으로써 수리능력을 발달시켜 나간다는 것이다. Piaget가 수를 논리-수학적 지식으로 구별하였던 것처럼, Kamii(1982) 역시 물리적 또는 사회적 지식의 근원은 개체 외부적인 것과의 경험을 통한 추상화(empirical abstraction)에 의하지만, 논리-수학적 지식은 개체내부의 것으로서 사물과 사물 사이의 관계를 구성해나가는 내성적 추상화(reflection abstraction)의 과정을 필요로 한다고 하였다. 따라서 어린 아동의 수 조작능력의 개발을 위한 노력의 한 방식으로서 아동에게 친숙하고 구체적인 사례를 통하여 더하기와 빼기의 개념을 이해하도록 함으로써 아동 스스로가 수 관계를 구성해나가는 자발적이고 적극적인 인지적 노력을 하도록 유도하는 것의 효율성을 생각해 볼 수 있을 것이다. 둘째, 더하기, 빼기의 조작 능력의 발달 순서의 원인에 관한 논의이다. 더하기의 조작이 무조건 먼저이고, 빼기가 나중이라는 논리상의 필연성은 찾기가 어렵지만, 현상적으로 더하기의 조작이 먼저 나타나는 것이 사실인 듯하다. 본 연구에서도, 특히 수식카드 제시 조건에서 무조건 더하기의 단계에서 단순 더하기의 단계로, 그 다음에 단순 빼기의 단계로 이행해 감을 확인할 수 있었다. 이와 관련하여 Piaget(1974)는 어린 아동들은 일반적으로 행위나 사고나 지각의 긍정적인(양적인) 측면에 먼저 초점을 맞추고, 그 다음에 부정적인(음적인) 측면에 주의를 기울인다는 가설을 제시하였으며, Kamii(1985)는 이 가설을 지지하는 결과를 얻었다. 또 하나 생각해 볼 수 있는 논의로서는, 아동들이 태어나서 성장해 가는 과정에서 부모나 주위의 어른들로부터 "받는" 경험 즉, 무언가가 더해지는 경험이 "주는" 경험, 즉 빼지는 경험보다 훨씬 더 많기 때문에 더하기의 조작에 더 빨리 익숙해 질 수 있지 않느냐는 것이다. 그러나 곱하기와 나누기의 경우에서는 또 다른 측면을 볼 수 있다. 아동들의 일상생활에서 같은 갯수를 반복해서 얻는 것보다는 같은 갯수로 나누어야 하는 경우가 더 빈번하다.

그러나 교육장면에서 나누기는 곱하기의 역산으로 취급이 되고 있다. 이 경우에도 역시 곱하기가 먼저이고, 나누기가 나중이라는 필연성은 없어 보이며, 논리적 가능성은 같은 것으로 여겨진다. 아마도 산수 교육과정에서 곱하기를 배운 후 나누기가 주어지고, 아동들이 이러한 산수교육 방식에 익숙해지기 때문이 아닐까 여겨진다. 다시 말해서, 곱의 관계가 기억에 먼저 자리잡고 있기 때문에 나누기보다는 곱하기가 더 우선적인 것으로 받아들여질 것이라는 것이다. 박영신(1994)은 산수지식의 인출의 발달에 관한 연구에서 곱하기 지식도 문제와 답들 사이의 연합망으로 표상되고 있을 뿐 아니라 더하기 지식과도 연결되어 있으며, 더하기 지식과 마찬가지로 이 연합망을 통한 활성화의 확산을 통하여 인출됨을 밝혔다. 그리고 이러한 형태의 곱하기 지식의 인출은 초등학교 고학년으로 갈수록 차츰 증가해감을 보여주었다. 이러한 연구의 결과가 위 논의의 한 근거가 될 수 있을 것이다. 셋째, 더하기와 빼기의 수 조작의 논리를 분석하고, 이 논리에 바탕하여, 여러 유형의 문제들을 분류하고, 적절한 명칭을 붙인 것이 본 연구의 특징이라고 할 수 있으며, 아울러서 더하기의 역으로서의 빼기뿐 아니라 빼기의 역으로서의 더하기에도 주목하여 쉬운 빼기와 어려운 더하기가 있을 수 있음을 증명하였다.

본 연구에서는 어린 아동에게 "무조건 더하기 책략"이라는 현상이 있음을 발견하였다. 이 현상은 수식카드 제시조건에서만 밝혀졌고, 그림카드 제시조건에서는 이 현상을 볼 수 없었다. 그림카드 제시조건에서는 3세 아동들도 모두 단순 더하기와 단순 빼기 둘 다를 할 수 있는 단계에 있었다. 그들에게서는 단순 더하기의 단계도 나타나지 않았으므로 그 이전 단계인 무조건 더하기의 단계가 발견되지 않은 것은 당연한 일이었다. 무조건 더하기의 단계가 인간의 수 조작 발달에 본성적으로 존재하는 것일까? 3세 이전 어느 시기에 단순 더하기의 시기가 있고, 또 그 이전에 무조건 더하기의 시기가 있는 것일까? 그러한 가능성은 없을 것 같다. 무조건 더하기 현상은 숫자와 더하기, 빼기 부호라는 시각적 상징물에 친숙하지 않은 데 기인하는 것이라고 보는 것이 옳을 것 같다. 그러나, 현대의, 그리고 앞으로의 모든 인간이 숫자와 더하기, 빼기라는 시각적 상징물로 수를 취급하고 있고 또 취급할 것이므로 무조건 더하기 단계는 인간에게, 선천적인 것은 아닐지 몰라도, 보편적일 것이다.

우리 연구의 3세 아동에게서는 단순 더하기 단계도 발견되지 않았음에 더욱 주목할 필요가 있을 것 같다. 본 연구의 3세 아동들은 이미 단순 더하기 단계가 지난 것일까? 아니면 단순 더하기 단계 역시 수와 부호라는 상징물에 관련된 (즉 더하기 부호에는 익숙하지만, 빼기 부호에는 아직 친숙하지 못해서 나타나는) 현상일까? 본 연구에서는 3세 아동에게서 단순 더하기만 능하고 단순 빼기는 못하는 경향성을 볼 수 없었다. 단순 더하기 단계도 무조건 더하기 단계만큼 인간의 선천성과는 무관한, 숫자라는 인공물에서 연유된 허구일지도 모른다는 생각을 포기해야 할 증거와 이유를 우리는 갖고 있지 못하다.

오히려, 최근의 여러 연구들은 더하기 빼기의 능력이 선천적일 수 있음을 암시하는 증거들을 제시하고 있다. Wynn(1992)은 (1) 한 개의 물건이 무대에 나타나고, (2) 무대를 커튼이 가린 후 또 한 개의 물건이 커튼 너머로 추가되고 (3) 커튼이 걷혔을 때 무대에 한 개, 두 개, 세 개의 물건이 보이는 세 가지 상황에서의 5개월 유아의 응시시간을 종속변인으로 하여 5개월 유아가 1+1=2라는 계산을 할 수 있는지 알아보았다. 그리고 비슷한 방법으로 2-1=1이라는 계산을 할 수 있는지 알아보았다. 놀라웁게도, 5개월 유아의 응시시간은 오답을 나타내는 상황에서 길었다. 이는 (비록 가장 작은 수, 가장 단순한 형식의 것이긴 하지만) 이 가감 문제를 해결할 능력을 이 유

아들이 갖고 있다는 것을 입증하는 것이었다. Wynn의 이 연구 패러다임을 응용하여 Wynn 이외의 적어도 여섯 연구진이 Wynn의 결과에 대한 수렴적 증거를 얻는 데 성공했다. 심지어는 원숭이를 대상으로 하여 긍정적 결과를 얻은 연구도 있었다(이 연구들에 대한 개관은 Wynn (1995)을 참조할 것). Wynn의 최근 결과 중 특히 주목할 만한 것으로, 5개월 유아가 3-1의 답이 2라는 것을 안다는 증거는 분명하나, 2+1이 3이라는 것을 안다는 증거는 분명치 않다는 사실이다. 이것은 빼기는 더하기 조작의 역산일 뿐이라든가, 더하기가 빼기보다 발달적으로 앞선다든가 하는 주장이 옳지 않을 가능성을 암시하는 것이다.

마지막으로, 수 조작의 논리에 근거해서 나타난 발달상의 차이가 갖는 함축의미는, 물리적 과제의 해결과정에서 보여지는 아동의 논리적 관계의 이해가 일상적인 사회적 상황에서도 활용되어질 수 있을 것이라는 점이다. 특히 타인의 행동의 원인을 추론하는 귀인의 과정에서 어떤 결과로서의 행위를 초래한 요인들간의 관계의 분석에는 이러한 수 가감조작의 능력이 밀접하게 관련되는 것으로 생각해 볼 수 있다. 일반적으로 귀인과정에서의 절감원리는 두 촉진요인이 (x, a) 어떤 행위를 하게 만든 힘(b)이 되었을 때, 한 촉진요인 (a)과 최종 힘(b)을 알고서 나머지 미지의 촉진요인(x)에 관해 추론하는 것으로서(x+a=b 혹은 a+x=b => x=b-a), 본 연구에서의 "더한 수", 혹은 "더하기 전 수" 조작에 해당한다고 할 수 있으며, 증대원리는 어떤 행위를 하게 한 최종 힘(b)과 그 행위를 하는 데 방해 요인으로 작용한 힘(-a)을 알고 있을 때 미지의 나머지 촉진요인의 힘(x)을 추론하는 것으로서 (x-a=b => x=b+a), 본 연구에서의 "빼기 전 수" 조작에 해당하는 것으로 볼 수 있다. 따라서 후속 연구에서는 다양한 유형의 더하기, 빼기의 수 조작 과제를 여러 연령층의 피험자들에게 실시하고, 이 과제를 해결하는 아동이 절감 및 증대원리의 귀인과제를 해결하는지의 여부를 확인하여 귀인과 같은 사회인지적 능력의 보다 근본적인 인지적 바탕을 밝히려는 시도가 가능할 것으로 여겨진다.

참고문헌

김숙자 (1995). 유아 수놀이 경험과 교육. 서울: 양서원.

박영신 (1994). 산수지식의 인출의 발달. 한국심리학회: 발달, *7*(1), 77-97.

Aschcraft, M. H. (1982). The development of mental arithmetic: A chronometric approach. *Developmental Review, 2*, 213-236.

Gelman, R. (1972, a). The nature and development of early number concepts. In H. Reese (Ed.), *Advances in child development and behavior (Vol. 7)* (pp. 115-267). New York: Academic Press.

Gelman, R. (1972, b). Logical capacity of very young children: Number invariance rules. *Child Development, 43*, 371-383.

Gelman, R., & Baillargeon, R. (1983). A review of some Piagetian concepts. In J. H. Flavell & E. Markman (Eds.), *Handbook of child psychology(III) : Cognitive development* (pp. 167-230). John Wiley & Sons.

Gelman, R., & Gallistel, C. R (1978). *The Child's understanding of number.* Cambridge, MA: Harvard

University Press.

Fuson, K. C. (1982). An analysis of counting: On solution procedure in addition. In T. P. Carpenter, J M. Moster, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A Cognitive perspective.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Holmes, E. E. (1985). *Children learning mathematics.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Hughes, M. (1986). *Children and number: Difficulties in learning mathematics.* N.Y.: Basic Blackwell Inc.

Kamii, C. (1982). *Number in preschool and kindergarten: Educational implications of Piaget's theory.* Washington, D. C.: National Association for the Education of Young Children.

Kamii, C. (1985). *Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory.* N.Y.: Teachers College Press.

Piaget, J. (1952). *The child's conception of number.* London: Routledge & Kegan Paul.

Piaget, J. (1974). *Recherches sur la contradiction. 2/ Les relations entre affirmations et négations (Etudes d'épistémologie génétique* XXXII). Paris: Presses Universitaires de France.

Starkey, P., & Gelman, R. (1982). The development of addition and subtraction abilities prior to formal schooling in arithmetic. In T. P. Carpenter, J M. Moster, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A Cognitive perspective.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature, 358,* 749-750.

Wynn, K. (1995). Origins of numerical knowledge. *Mathematical Cognition, 1,* 35-60.

韓國心理學會誌 : 發達
Korean Journal of Psychology : Developmental
1996. Vol.9, No.2, 122-136.

A Study on the Development of Additive and Subtractive Operations in Children

You-Gab Lee & Shin-Ho Ahn
Department of Psychology
Pusan National University

Three-year- to seven-year-old children were asked to make a solution for the math problems. In order to solve them subjects should use six additive or subtractive operations as follows: (1) Simple Addition (a+b=?), (2) Simple Subtraction (a-b=?), (3) Adding Amount (a+?=b), (4) Subtracting Amount (a-?=b), (5) Added Amount (?+a=b), and (6) Subtracted Amount (?-a=b). Experimenters gave the questions to subjects through two procedures: (1) Pictorial presentation with verbal explanation (2) Numerical presentation with printed materials (cards on which equations such as "3+?=5" were written). When the numerical presentation, several stages for solving the equations were found: (1) Wrong Solution, (2) Adding given digits for any equations, (3) Can do Simple Addition, (4) Can do both Simple Addition and Simple Subtraction, (5) Can do Adding Amount and Subtracting Amount, (6) Can solve all the equations. When pictorial and verbal procedures, almost all the 3-year-old children can do both Simple Addition and Simple Subtraction. The stages found from the analyses of the data from the pictorial and verbal procedures were reconfirmed. Origins and developmental trends of additive and subtractive abilities were discussed.