

# 비평탄 굴착벽면의 슛크리트 라이닝에 대한 응력해석

이승도<sup>1\*</sup> · 문현구<sup>2</sup>

<sup>1</sup>정회원, 삼성물산, 부장

<sup>2</sup>정회원, 한양대학교

## Stress analysis for shotcrete lining on uneven tunnel perimeter

Seungdo Lee<sup>1\*</sup>, Hyun-Koo Moon<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samsung C&T Corporation, General Manager

<sup>2</sup>Hanyang University

**ABSTRACT:** When a tunnel is constructed by drilling and blasting operation, the excavated perimeter becomes uneven due to overbreak at the drill holes so that the thickness of shotcrete tends to be irregular. In this case, the conventional stress analyses for tunnel lining of a uniform thickness cannot be readily applicable. In this study, the profile of tunnel perimeter assumed to be sinusoidal in order to simulate the uneven tunnel perimeter and to control the thickness of shotcrete by using the amplitude and wavelength. By adopting the sinusoidal function to a theoretical solution of stress analysis for uniform lining, the range of axial stress of irregular shotcrete can be estimated. The applicability of the approximate solution has been verified by performing a series of numerical analyses for various conditions. It is shown that the axial stress of shotcrete is highly dependent upon the irregularity of shotcrete, together with the ground property and initial stress conditions. It is also shown the shear stress is dependent upon the wavelength, and the stress condition becomes unfavorable where the thickness of shotcrete is relatively small. The approach developed in this study shows that the stress state where the thickness is relatively small is unfavourable, and it is necessary to take complementary measures when installing shotcrete after blasting.

**Keywords:** Shotcrete, Stress analysis, Uneven perimeter, Irregular lining, Sinusoidal function

**초 록:** 발파공법을 적용한 터널건설 시 발파에 의한 영향으로 굴착벽면은 평탄하지 않으며, 이후 타설되는 슛크리트의 두께가 불규칙하게 된다. 이 경우 균일한 두께의 터널 라이닝에 대한 응력해석 방법의 적용이 적절하지 않을 수 있다. 본 연구는 비평탄 굴착벽면을 모사하기 위해 주기함수를 적용하였으며, 함수의 진폭과 파장을 이용하여 슛크리트 라이닝의 두께변화를 조절할 수 있도록 하였다. 라이닝의 응력해석을 위한 이론해에 주기함수를 적용하여 근사해를 제안하였으며 이를 통해 불규칙한 슛크리트의 응력분포를 검토하였다. 다양한 응력, 물성, 기하학적 조건에 대한 수치해석을 통해 근사해의 적용성을 검증하였다. 슛크리트의 축응력은 초기응력과 지반물성뿐만 아니라 비평탄 굴착벽면에 의한 불규칙한 라이닝에 의한 영향이 큰 것을 확인하였다. 또한 슛크리트의 전단응력은 불규칙한 라이닝의 파장과 초기응력 상태의 영향이 큰 것으로 나타났다. 본 연구의 응력해석을 통해 슛크리트의 두께가 얇은 부분의 응력상태가 균일한 두께의 슛크리트 해석에 의한 결과보다 불리한 것으로 나타나, 슛크리트 타설 시 이에 대한 보완이 필요할 것으로 판단된다.

**주요어:** 슛크리트, 응력해석, 비평탄 굴착벽면, 불규칙한 라이닝, 주기함수

## 1. 서론

터널 굴착 후 초기보강을 위해 적용되는 슛크리트는 굴착벽면에 타설되어 터널변위에 의한 하중을 부담한다. 국내에서 일반적으로 적용되는 발파식 터널은 굴착벽면이 평탄하지 않으므로 슛크리트의 두께를

\*Corresponding author: Seungdo Lee  
E-mail: rockeng.lee@samsung.com

Received October 8; Revised October 13;  
Accepted November 2

균일하게 타설하기 곤란하다. 이로 인한 숏크리트의 두께 변화는 응력을 집중시킬 수 있기 때문에 숏크리트 타설 시 불규칙한 숏크리트면의 길이와 깊이 또는 최소반경에 대한 기준이 제시되어 있다. 그러나 대부분의 이론적, 수치해석적 숏크리트 라이닝의 응력해석은 그 두께가 균질하다는 가정 하에 수행되었다 (Peck et al., 1972; Muir, 1975; Einstein and Schwartz, 1979; Mason and Stacey, 2008; Chen et al., 2009). 불규칙한 두께의 숏크리트 라이닝에 대한 응력분포를 연구하기 위한 시도가 지난 10여 년 동안 있었으며, 주로 톱니모양의 굴착벽면(saw-tooth profile)을 반영한 수치해석적 방법이 적용되었다(Son and Cording, 2007; Malmgren and Nordlund, 2008, Zhang, 2013). Son and Cording (2007)은 라이닝의 불규칙성이 증가함에 따라 라이닝의 축력이 증가하는 결과를 도출한 반면, Malmgren and Nordlund (2008)은 굴착벽면의 불규칙성(거칠기)이 증가할수록 축력이 감소하는 결과를 도출하였다. 전자의 연구는 라이닝 불규칙성이 증가함에 따라 라이닝의 평균 두께가 변화되었고 후자의 연구는 라이닝의 평균 두께를 고정하고 불규칙성을 조절하였다. Zhang (2013)은 실내시험과 수치해석을 통해 평탄한 굴착벽면에 타설된 숏크리트의 지지력(support capacity)이 평탄하지 않은 굴착벽면의 숏크리트 지지력보다 현저히 증가하는 결과를 나타내었다.

본 연구에서는 비평탄 터널벽면이 숏크리트 라이닝의 응력에 미치는 영향을 분석하기 위해 라이닝의 평균 두께를 일정하게 고정하였다. 이는 비평탄 굴착벽면에 의한 불규칙한 숏크리트의 응력이 두께변화에 의해 영향을 받지 않도록 하기 위함이다. 비평탄 터널 굴착벽면을 모사하기 위해 주기함수를 사용하였고 주기함수의 진폭을 숏크리트의 평균 두께로 정규화(normalization)하여 숏크리트의 평균 두께를 유지하였다. 적용된 주기함수를 이론적인 응력해석법에 결합하여 불규칙한 라이닝의 응력을 평가할 수 있는 근사해를 유도하였다. 유도된 근사해로부터 라이닝의

불규칙성에 따른 응력변화를 평가하였고 이를 수치해석 결과와 비교하여 근사해의 타당성 및 적용성을 검증하였다. 다양한 조건에서 불규칙한 라이닝의 응력해석을 위해 초기응력 조건, 지반의 물성, 그리고 터널벽면의 불규칙성에 따른 수치해석을 수행하여 그 결과를 분석하였다.

## 2. 원형공동의 라이닝에 대한 응력해석법

등방균질의 탄성지반에 수직응력과 수평응력이 작용하는 조건에서 원형 터널에 설치된 라이닝은 두꺼운 실린더(thick-walled cylinder)로 가정할 수 있으며, 라이닝에 작용하는 축력은 지반에 대한 라이닝의 강성과 작용하는 응력상태에 비례하고 지반에 대한 라이닝의 상대 강성은 압축성 비(compressibility ratio,  $C$ )와 유연도 비(flexibility ratio,  $F$ )를 이용하여 표현될 수 있다(Peck et al., 1972; Muir, 1975; Einstein and Schwartz, 1979). 압축성 비는 원형터널이 평면변형율과 정수압 조건에서 지반의 신축강성(extensional stiffness)을 라이닝의 신축강성으로 나눈 값으로 정의되며 식 (1)과 같다.

$$C = \frac{E_g R (1 - \nu_l^2)}{E_l A_l (1 - \nu_g^2)} \quad (1)$$

여기서,  $R$ 은 원형 터널의 반지름,  $A_l$ 은 터널 단위길이당 라이닝의 단면적,  $E_g$ 와  $E_l$ 은 각각 지반과 라이닝의 탄성계수,  $\nu_g$ 와  $\nu_l$ 은 각각 지반과 라이닝의 포아송 비이다.

유연도 비는 원형터널이 평면변형율과 순수전단(pure shear) 조건에서 지반의 휨강성(flexural stiffness)을 라이닝의 휨강성으로 나눈 값으로 정의되며 식 (2)와 같다.

$$F = \frac{E_g R^3 (1 - \nu_l^2)}{E_l I_l (1 - \nu_g^2)} \quad (2)$$

여기서,  $I_r$ 은 터널축에 대한 라이닝의 단면2차모멘트이다. 식 (1)과 (2)에서 압축성비와 유연도비는 지반과 라이닝의 탄성계수 비( $E_g/E_l$ )에 의해 지배적인 영향을 받음을 알 수 있다.

실험에 의하면 터널과 라이닝 경계의 전단강성은 매우 크기 때문에(Bae et al., 2004), 터널과 라이닝의 경계는 ‘no-slip’ 조건으로 가정할 수 있다(Mason and Stacey, 2008; Chen et al., 2009). 이 경우 Fig. 1과 같은 응력조건에서 라이닝에 작용하는 축력( $T$ )은 식 (3)과 같이 표현할 수 있다(Einstein and Schwartz, 1979).

$$\frac{T}{PR} = \frac{1}{2}(1+K)(1-a_0) + \frac{1}{2}(1-K)(1+2a_2)\cos 2\theta \quad (3)$$

여기서  $P$ 는 수직응력,  $K$ 는 초기응력계수이며,  $a_0$ 와  $a_2$ 는 아래의 식과 같이 정의된다.

$$a_0 = \frac{CF(1-\nu_g)}{C+F+CF(1-\nu_g)} \quad (4)$$

$$\beta = \frac{(6+F)C(1-\nu_g)+2F\nu_g}{3F+3C+2CF(1-\nu_g)} \quad (5)$$

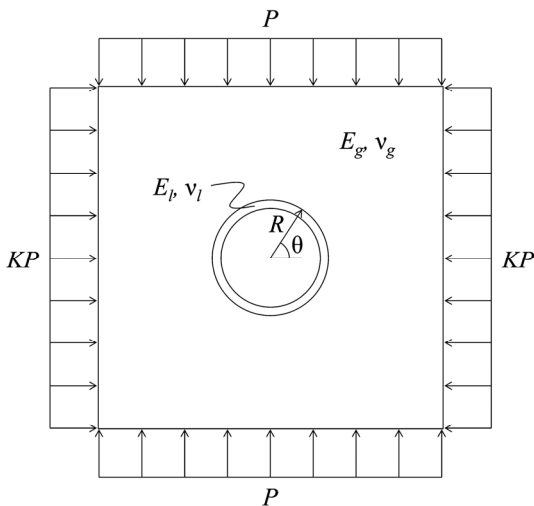


Fig. 1. Ground and lining under external pressure condition

$$b_2 = \frac{C(1-\nu_g)}{2[C(1-\nu_g)+4\nu_g-6\beta-3\beta C(1-\nu_g)]} \quad (6)$$

$$a_2 = \beta b_2 \quad (7)$$

### 3. 비평탄 원형 라이닝에 대한 근사해

#### 3.1 주기함수의 적용

비평탄 굴착벽면을 모사하기 위해 주기함수를 적용하였으며, 이를 통해 불규칙한 라이닝을 표현할 수 있다. Fig. 2와 같이 원형 터널의 굴착벽면이 주기함수로 모사될 경우 불규칙한 라이닝의 두께변화는 식 (8)과 같이 라이닝의 평균 두께( $\langle t \rangle$ ), 주기함수의 진폭( $\delta$ )과 파장( $\lambda$ )으로 표현할 수 있다.

$$t = \langle t \rangle \left[ 1 \pm \frac{\delta}{\langle t \rangle} \cos \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right] \quad (8)$$

식 (8)에서  $\delta/\langle t \rangle$ 는 불규칙한 라이닝의 정규화 진폭(normalized amplitude)으로써, 이를 통해 일정한 슛크리트 두께로부터 다양한 불규칙성을 모사할 수 있다. 주기함수의 적용은 변수를 변경함으로써 굴착벽

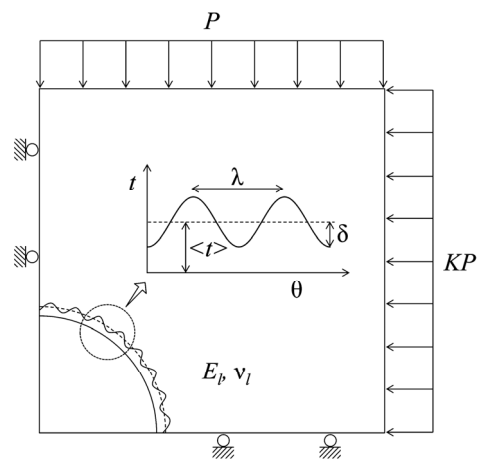


Fig. 2. Schematic diagram for sinusoidal liner

면의 불규칙성을 조절할 수 있으며, 이론적 응력해석 법과 수치해석적 모델링에 적용하기 용이하다는 장점이 있다(Lee and Harrison, 2001).

### 3.2 라이닝 응력 근사해

비평탄 굴착벽면으로 인한 라이닝의 두께 변화인 식 (8)을 압축성 비와 유연도 비에 대입하면 식 (1)과 (2)는 각각 식 (9)와 (10)으로 변환할 수 있다.

$$C_s = \frac{E_g R (1 - \nu_l^2)}{E_l (1 - \nu_g^2)} \frac{1}{\langle t \rangle \pm \delta \cos(2\pi x / \lambda)} \quad (9)$$

$$F_s = \frac{E_g R^3 (1 - \nu_l^2)}{E_l (1 - \nu_g^2)} \frac{12}{[\langle t \rangle \pm \delta \cos(2\pi x / \lambda)]^3} \quad (10)$$

이에 따라 식 (4) - (7)이 변환되고 식 (3)에 의해 불규칙한 라이닝의 응력을 계산할 수 있다.

Fig. 3은 터널의 직경이 10 m이고 슛크리트의 두께가 20 cm인 정수압 조건에서 탄성계수 비와 비평탄 굴착벽면의 진폭에 따른 축응력의 분포이다. 그림에서 볼 수 있듯이 지반조건이 불량하고 굴착벽면에 의해 슛크리트의 두께 변화가 클수록 응력의 변화 폭이 증가함을 알 수 있다. 특히 탄성계수 비가 0.001 이고 슛크리트의 두께변화가 15 cm의 경우 슛크리트

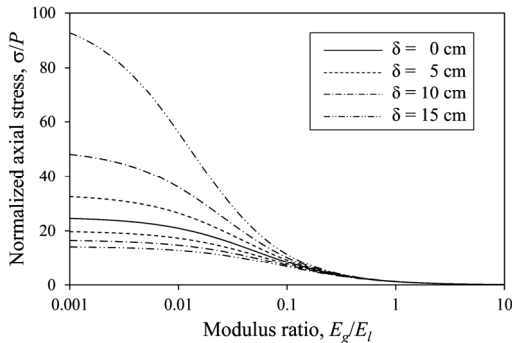


Fig. 3. Comparison between the uniform liner ( = 0 cm) and the sinusoidal liner ( = 5 cm, 10 cm, 15 cm) for normalized axial stress

축응력은 평탄한 굴착벽면 슛크리트 축응력의 3.5배 이상 발생하였다. 이는 국내 터널현장의 슛크리트 응력 계층값이 지반조건이 불량할수록 편차가 큰 결과 (Kim and Kim, 2014)를 설명하는 데 참고할 수 있을 것으로 생각된다.

## 4. 수치해석을 통한 비평탄 원형 라이닝의 응력해석

주기함수를 이용한 슛크리트 라이닝의 응력 근사해를 검증하기 위해 비평탄 굴착벽면의 기하학적 조건 (Fig. 2)과 지반의 물성치를 다양하게 적용하여 수치해석을 수행하였다(Table 1). 본 연구에서는 유한차분해석 프로그램인 FLAC3D를 사용하였으며, 비평탄 굴착벽면을 모사하기 위해 프로그램의 내부함수를 이용하였다.

### 4.1 축응력

Fig. 4는 식 (3)의 이론식(Einstein and Schwartz, 1979)으로부터 계산된 균일한 라이닝의 축응력 (normalized axial stress)과 불규칙한 라이닝의 축응력을 비교한 것이다. 수치해석 결과, 지반조건과 슛크리트의 두께변화에 따라 라이닝에 작용하는 축응력이 균일한 라이닝의 축응력에서 벗어남을 알 수 있다. 또한 본 연구에서 유도된 근사해와 수치해석 결과가 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

Table 1 Input data used for the numerical analyses

Radius of tunnel, $R$ (m)	5
Coefficient of earth pressure, $K$	0.5, 1.0, 2.0
Young's modulus of shotcrete, $E_l$ (MPa)	21
Modulus ratio, $E_g/E_l$	0.001, 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 10
Poisson's ratio of shotcrete, $\nu_l$	0.15
Poisson's ratio of ground, $\nu_g$	0.25
Mean thickness of shotcrete, $\langle \delta \rangle$ (cm)	20
Normalized amplitude, $\delta/\langle \delta \rangle$	0.00, 0.25, 0.50, 0.75

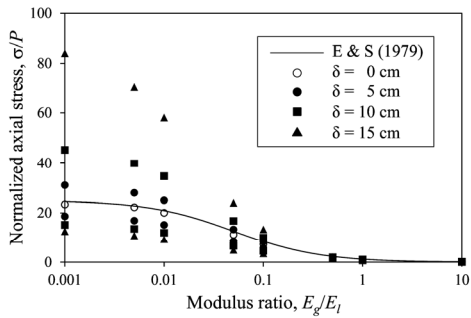


Fig. 4. Axial stress distribution in terms of shotcrete irregularity

Fig. 5는 다양한 초기응력 조건에서 터널의 천장 (crown)과 벽면(springline)에서의 축응력 결과를 주 기함수 근사해의 최대값 및 최소값과 비교한 것이다. Fig. 3의 근사해 결과와 마찬가지로 지반이 불량하고 슛크리트의 두께변화가 클수록 축응력 분포가 증가함을 알 수 있다. 특히 수평응력이 증가할수록 터널 천장의 라이닝 축응력이 크게 증가하고 축응력의 최대값이 슛크리트 라이닝의 두께가 상대적으로 얇은

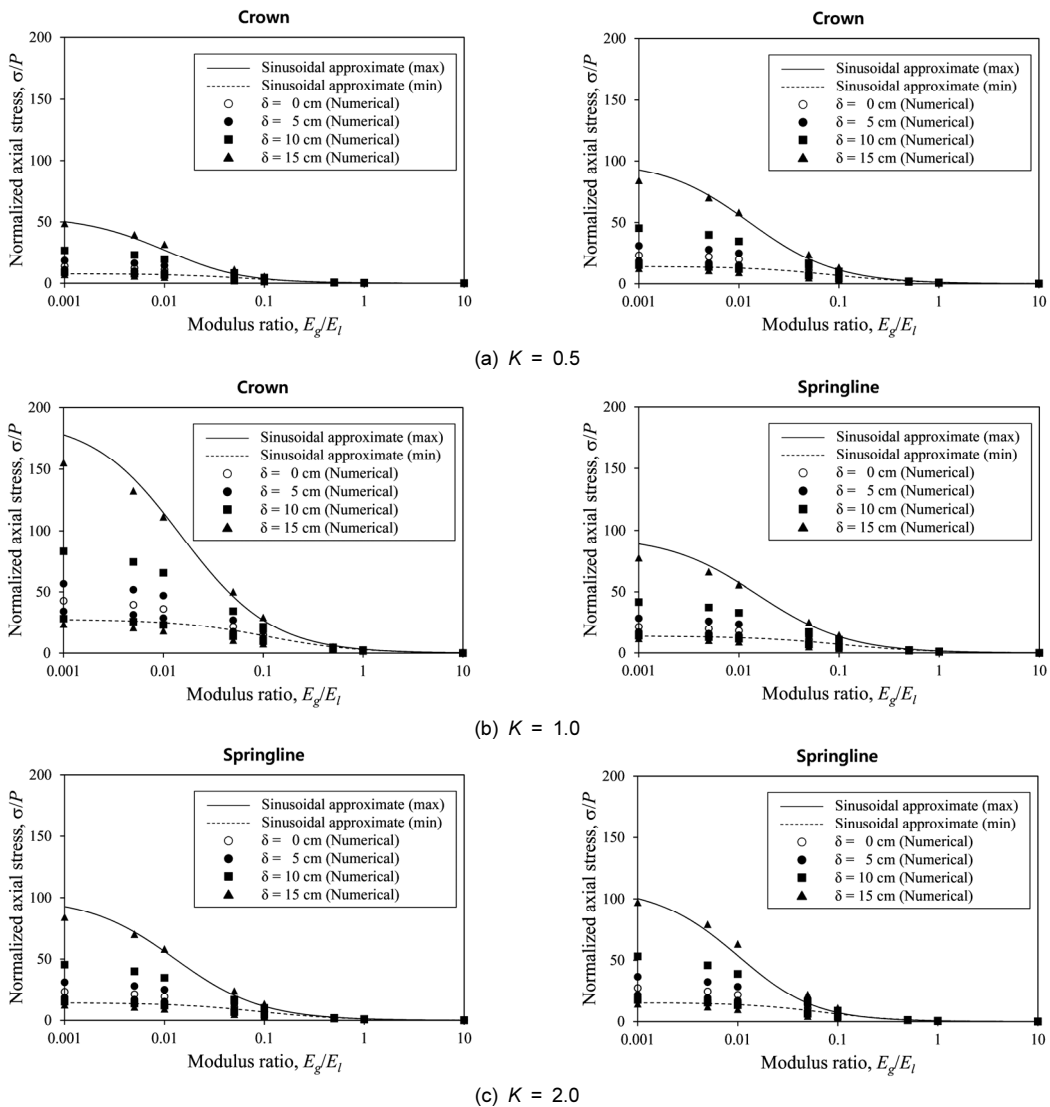


Fig. 5. Comparison between approximate solution and numerical results for normalized axial stress

곳에서 발생하였다. 이는 천장부 숯크리트 타설 시 비평탄 굴착벽면을 확인하여 숯크리트 두께가 국부적으로 얇은 부분이 발생하지 않도록 유의해야 함을 시사한다. 또한 수치해석에 의한 축응력 분포가 본 연구에서 유도한 근사해 범위와 잘 일치하여 다양한 조건에서 근사해 적용이 타당할 것으로 판단된다.

### 4.2 전단응력

지반과 숯크리트 라이닝이 no-slip인 경우 경계면에 작용하는 라이닝의 축응력과 전단응력의 관계는 Fig. 6의 축응력 평형조건에 의해 식 (11)과 같이 표현할 수 있다.

$$\tau = -t \frac{d\sigma}{dx} \tag{11}$$

Fig. 7은 비평탄 정도를 나타내는 파장에 따른 전단응력(normalized shear stress)으로써 탄성계수비가 0.01이고 굴착벽면의 진폭이 15 cm인 경우이다. 여기서 파장이 ∞인 조건은 라이닝의 두께가 균일함을 나타낸다. 그림에서 볼 수 있듯이 파장이 0.5배씩 감소함에 따라 전단응력이 약 2배씩 증가하며 수평응력이 클수록 천장에 작용하는 전단응력이 증가하는 것으로 나타나 전단응력은 숯크리트 라이닝의 불규칙성을

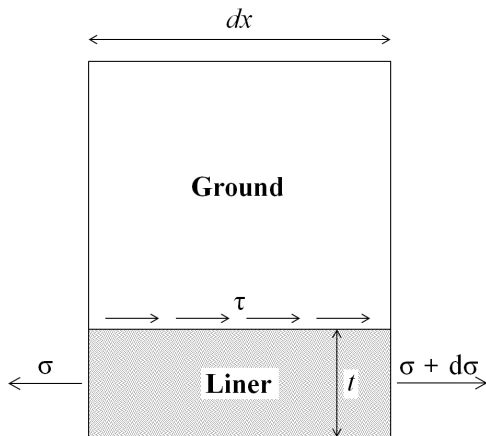


Fig. 6. Stress components in a small section of tunnel liner

나타내는 파장과 초기응력 조건에 큰 영향을 받는 것을 알 수 있다. 또한 음과 양으로 나타나는 전단응력의 값으로부터 응력방향이 기하학적 형상에 좌우됨을 알 수 있다. 이는 전단응력이 라이닝의 두께가 상대적으로 큰 방향으로 작용하여(Fig. 8), 비평탄 숯크리트 라이닝의 두께가 작은 부분에서의 응력조건이 상대적으로 불리하다고 평가할 수 있다.

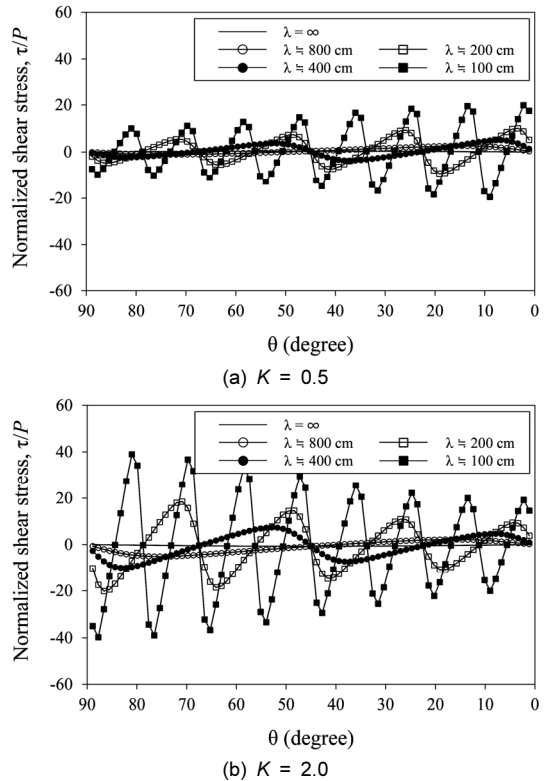


Fig. 7. Relation between modulus ratio and normalized shear stress

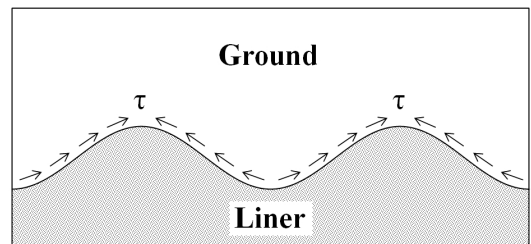


Fig. 8. Schematic diagram of shear stress distribution of irregular tunnel liner

## 5. 결론

터널굴착 시 초기 지보재로 사용되는 슛크리트는 균일한 두께로 타설되어야 하지만 발파굴착과 같은 조건에서는 굴착벽면이 평탄하지 않게 되어 슛크리트 라이닝의 두께가 불규칙하게 된다. 슛크리트 라이닝의 응력검토를 위해 적용되는 이론적 방법이나 수치해석적 방법으로 슛크리트의 두께를 균일하게 가정하여 수행하기 때문에 터널공사 시 계측에 의한 슛크리트의 실제 응력과 차이를 나타낼 수 있다. 본 논문에서는 비평탄 굴착벽면에 타설되는 불규칙한 두께의 슛크리트 라이닝에 대한 응력해석을 위해 근사해를 제안하였다. 이를 굴착벽면의 형상, 초기응력, 지반 물성치의 다양한 조건에 대해 검토하였고 그 결과를 정리하면 다음과 같다.

1. 비평탄 굴착벽면을 정량적으로 모사하기 위해 주 기함수를 이론해에 적용하여 불규칙한 슛크리트 라이닝의 응력을 평가할 수 있는 근사해를 도출하고, 응력조건과 슛크리트의 비평탄성에 따른 다양한 조건의 수치해석을 통해 근사해의 타당성을 검증하였다. 이론해는 초기응력과 지반 조건에 따라 슛크리트 응력의 평가가 가능한 반면, 근사해는 초기응력, 지반조건, 그리고 슛크리트의 비평탄성에 따른 응력의 변화를 평가할 수 있다는 장점이 있다.
2. 슛크리트 라이닝의 축응력은 굴착벽면의 비평탄성에 의한 슛크리트 라이닝의 두께 변화가 크고 지반이 불량할수록 이론해와의 편차가 증가하여 평탄한 슛크리트 축응력의 3.5배 이상 발생할 수 있는 것으로 나타났다. 또한 초기응력 조건에 따른 불규칙한 슛크리트 라이닝에 작용하는 축응력 분포를 검토한 결과 수평응력이 증가할수록 터널 천장에서 축응력이 크게 증가하고 그 최대값은 슛크리트 라이닝의 두께가 얇은 부분에서 발생하는 것으로 나타났다.

3. 슛크리트 라이닝에 작용하는 전단응력은 굴착벽면의 기하학적 상태와 초기응력 조건의 영향이 큰 것으로 나타났다. 즉 전단응력의 크기는 불규칙한 슛크리트의 파장에 반비례하며 수평응력이 클수록 터널 천장에 작용하는 전단응력이 증가하였다. 이 때 전단응력의 방향은 슛크리트의 두께가 얇은 부분에서 두꺼운 부분으로 작용한다. 따라서 슛크리트가 상대적으로 얇은 부분에서 발생하는 축응력과 전단응력에 의한 안정성 검토를 위해 설계 시에는 굴착벽면의 비평탄성을 고려한 응력검토가 필요하고 굴착 시에는 벽면의 상태를 확인하여 슛크리트 두께가 국부적으로 얇아지지 않도록 슛크리트 추가 타설이나 면정리 등을 시행하는 것이 바람직할 것으로 판단된다.

## References

1. Bae, G.J., Chang S.H., Lee, S.W., Park, H.G. (2004), "Evaluation of interfacial properties between rock mass and shotcrete", *Int J Rock Mech Min Sci*, pp. 106-112.
2. Chen, S.H., Fu, C.H.G., Isam, S. (2009), "Finite element analysis of jointed rock masses reinforced by fully-grouted bolts and shotcrete lining", *Int J Rock Mech Min Sci*, Vol. 46, No. 1, pp. 19-30.
3. Einstein, H.H., Schwartz, C.W. (1979), "Simplified analysis for tunnel supports", *J Geotech Eng*, Vol. 105, No. 4, pp. 499-518.
4. Kim, H.J., Kim, M.R. (2014), "Case studies for the stress measurements on the shotcrete tunnel lining", *J Korean Soc Eng Geol*, Vol. 24, No. 1, pp. 81-89.
5. Lee, S.D., Harrison, J.P. (2001), "Empirical parameters for non-linear fracture stiffness from numerical experiments of fracture closure", *Int J Rock Mech Min Sci*, Vol. 38, No. 5, pp. 721-727.
6. Malmgren, L., Nordlund, E. (2008), "Interaction of shotcrete with rock and rock bolts - A numerical study", *Int J Rock Mech Min Sci*, Vol.

- 45, No. 4, pp. 538-553.
7. Mason, D.P., Stacey, T.R. (2008), "Support to rock excavations provided by sprayed liners", *Int J Rock Mech Min Sci*, Vol. 45, No. 5, pp. 773-788.
  8. Muir Wood, A.M. (1975), "The circular tunnel in elastic ground", *Geotechnique*, Vol. 25, No. 1, pp. 115-127.
  9. Peck, R.B., Hendron, A.J., Mohraz, B. (1972), "State of the art of soft-ground tunnelling", *Proceeding of the North American rapid excavation & tunneling conference*, Chicago, pp. 259-86.
  10. Son, M., Cording, E.J. (2007), "Ground-liner interaction in rock tunnelling", *Tunnel Underground Space Technol*, Vol. 22, No. 1, pp. 1-9.
  11. Zhang, P. (2013), "A 3DEC numerical analysis of the interaction between uneven rock surface and shotcrete lining", *Research Report*, Lulea University of Technology, p. 55.