

잠재성장모형의 사용을 위한 표본크기 결정*

김 수 영[†]

석 혜 은

이화여자대학교

시간의 흐름에 따른 행동변화를 분석하기 위한 방법으로서 잠재성장모형은 최근 교육학이나 심리학 등의 여러 학문 분야에서 활발하게 사용되고 있다. 하지만 지난 수년간 성장모형에서의 여러 발전적 연구가 진행되어 왔음에도 불구하고, 모형의 적절한 표본크기를 결정하는 문제는 여전히 충분한 연구가 존재하지 않는다. 본 연구에서는 세 가지 활발하게 이용되는 잠재성장모형(선형모형, 2차 함수모형, 요인부하추정모형)을 이용하여 다양한 조건에서 시뮬레이션 실시하였고, 각 모형의 모수를 정확히 추정하기 위해 요구되는 최소한의 표본크기에 대한 가이드라인을 제공하고자 하였다. 시뮬레이션 결과, 측정시점의 수가 적고 결측치가 존재하며 이분형 결과변수가 모형 안에 포함되었을 때 큰 표본크기가 필요하였다. 특히 모형을 복잡하게 만드는 조건들이 동시에 발생했을 때(예를 들어, 모형추정을 위한 최소한의 측정시점 가진 상태에서 결측치 및 이분형 결과변수가 동시에 존재할 때), 각 조건들이 서로 상호작용을 일으켜 매우 큰 표본크기에서도 정확한 모수추정이 가능하지 않은 경우도 발생하였다. 또한 추가적인 성장요인(growth factor)을 가지는 2차 함수 성장모형은 선형모형이나 요인부하추정모형에 비해 눈에 띄게 큰 표본을 필요로 하였음을 발견하였다. 마지막으로 다양한 조건하에서 이루어진 시뮬레이션의 결과를 이용해 이를 실질적으로 어떻게 적용해야 할지에 대하여 논의하였다.

주요어 : 잠재성장모형, 2차 함수 잠재성장모형, 표본크기, 몬테카를로 시뮬레이션

* 이 연구는 2013학년도 이화여자대학교 교내연구비 지원에 의한 연구임.

† 교신저자: 김수영, 이화여자대학교 심리학과, (120-750) 서울시 서대문구 이화여대길 52

Tel: 02-3277-3792, E-mail: suyong.kim@ewha.ac.kr

Jöreskog(1969)가 확인적 요인분석의 최대우도 추정법을 처음 제안한 이래로 구조방정식 분야는 핵심적인 사회과학 통계 방법론 분야 중 하나로 떠올랐다. 그중에서도 시간의 흐름에 따른 행동변화(behavioral change)를 분석하기 위한 방법 중 하나인 잠재성장모형(latent growth model, LGM; McArdle, 1986; Meredith & Tisak, 1984, 1990)¹⁾은 최근 심리학, 교육학 등의 사회과학 뿐만 아니라 의학 및 건강과학 분야의 연구에서도 국내외적으로 활발하게 사용되고 있다(권선중, 임숙희, 김영호, 2015; 송태민, 이주열, 안지영, 2010; 주혜선, 이나빈, 민문경, 안현의, 2014). 예를 들어, 심리학 관련 데이터베이스인 PsycINFO를 이용하여 'latent growth model'로 논문제목만 검색하면 1,200여개의 논문이 검색된다. 국내 데이터베이스인 한국학술정보(KISS), 한국사회과학자료원(KOSSDA), 학술연구정보서비스(RISS) 등을 이용하여 검색하면 최근 몇 년 내에 600여개의 학위 및 학술지 논문이 '잠재성장모형'을 이용하고 있음을 확인할 수 있다(예, 노성호, 2009; 박순미, 손지아, 배성우, 2009; 박현수, 박성훈, 정혜원, 2009; 정소희, 2009; 조윤주, 2010).

잠재성장모형은 관심 있는 하나의 변수(측정변수 또는 지시변수[indicator variable]라고도 한다)를 반복적으로 측정하여, 그 변화를 시간 변수나 공변인(covariate)의 함수로 표현하는 중

단자료(longitudinal data) 분석방식이다. 이와 같은 관심변수의 시간에 따른 변화를 성장궤적(growth trajectory)이라 한다. 잠재성장모형의 주요 목적은 성장궤적의 절편(intercept)과 기울기(slope)를 추정하고, 그 절편과 기울기에 영향을 주는 공변인을 규명하는 것이 일반적이다. 최근에는 공변인에 대한 연구뿐만 아니라, 절편과 기울기가 영향을 미칠 수 있는 결과변수(proximal/distal outcome variable)에 대한 연구 또한 활발하다(예, 서미정, 2009).

잠재성장모형의 가장 간단한 형태는 위계선형모형(hierarchical linear modeling, HLM; Raudenbush & Bryk, 2002)의 틀 안에서 발전한 종단자료분석(longitudinal data analysis)을 구조방정식의 틀/framework 안에서 소화시킨 모형이었다. 이와 같은 변형은 많은 장점을 만들어내기 시작하였다. 특히 모형의 순차적(stage-sequential) 확장, 병렬적(parallel) 확장, 다집단 분석으로의 확장, 혼합모형으로의 확장(GMM, growth mixture model; Muthén, 1989, 2001a, 2001b; Muthén & Shedden, 1999) 등 연구자의 필요를 만족시킬 수 있는 수많은 종류로의 발전을 이끌어냈다. 그리고 종단자료 분석의 무게중심을 위계선형모형에서 구조방정식 모형으로 돌려놓았다. 최근에는 비선형 잠재성장모형(Blozis, Harring, & Mels, 2008; Grimm & Ram, 2009)에 대한 연구, 잠재성장모형에서의 매개모형 연구(Cheong, MacKinnon, & Khoo, 2003; von Soest & Hagtvet, 2011), 탐색적인 잠재성장모형 연구(Grimm, Steele, Ram, & Nesselroade, 2013) 등 그 수를 헤아리기가 쉽지 않을 정도로 잠재성장모형은 구조방정식 분야에서 지배적인 연구주제 중 하나이다.

이와 같이 잠재성장모형이 심리학, 사회과학의 여러 영역에서 활발하게 이용되고, 잠재

1) Latent growth model은 직역하여 잠재성장모형으로 국내에 번역되었으나, 실제로는 같은 모형에 대한 다양한 용어가 학계에서 사용되고 있다. 예를 들어, growth curve model, latent growth curve model, growth curve analysis, curve-of-factors model, multiple indicator latent growth model 등이 모두 잠재성장모형을 의미한다.

성장모형 자체에 대한 발전적인 연구가 있어 왔음에도 불구하고, 모형의 적절한 표본크기를 결정하는 문제에 대해서는 충분한 연구가 존재하지 않는다. Muthén과 Muthén(2002)이 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 잠재성장모형이나 요인분석모형의 이용에 적절한 표본크기를 구하는 방법을 제시하였으나, 잠재성장모형의 일반적인 사용자들이 컴퓨터 시뮬레이션을 직접 수행하는 것은 쉽지 않은 일이다. Jackson(2001, 2003)이나 Kim(2012)의 연구에서처럼 통계적 방법론이나 시뮬레이션에 익숙하지 않은 대다수의 연구자들에게 그들이 이용하고자 하는 모형의 적절한 표본크기에 대하여 대략적인 가이드라인을 주는 것은 많은 실질적 이득을 가지고 있다.

통계모형의 “적절한” 표본크기를 결정하는 문제는 여러 이유로 중요하다. 작은 표본은 모집단을 충분히 대표하지 못해, 실제로 존재하는 모수에 대한 추정치의 정확성이 떨어져 결과의 일반화를 제약하게 된다. 또한 무조건 큰 표본을 수집하는 것은 시간과 자원의 제한으로 인해 옳은 전략이라고 볼 수 없다. 그러므로 정확한 모수의 추정을 위한 적절한 표본크기에 대하여 인지하고 자료 수집을 계획하는 것이 필요하다. 이에 본 연구에서는 잠재성장모형의 여러 형태 중에서도 일반 연구자들이 자주 사용하는 선형 잠재성장모형(linear LGM), 2차 함수(비선형) 잠재성장모형(quadratic LGM), 기울기의 형태를 미리 결정하지 않고 자료에 따라 자유롭게 추정하는 잠재성장모형(free-loading model 또는 λ -estimated model 또는 completely latent model) 등에서 적절한 표본크기를 결정하는 몬테카를로(Monte Carlo; MC) 시뮬레이션을 실시하였다.

한 가지 유념할 것은 잠재성장모형에서의

적절한 표본크기는 일반적인 구조방정식 모형과는 다른 형태로 제안되어야 한다는 것이다. 다시 말해, Jackson(2003)이나 Bentler와 Yuan(1999) 등의 논문에서처럼 추정하고자 하는 모수 하나당 몇 개의 사례가 있어야 한다는 식의 제안은 적절하지 않다. 그 이유는 성장모형에서는 더 많은 측정변수를 사용할수록, 추정하는 모수의 숫자는 증가하지만, 모형의 추정은 실제로 더욱 안정적으로 이루어지는 효과가 있기 때문이다. 이에 Kim(2012)에서처럼 연구자가 추정하고자 하는 모형에서 표본크기가 대략적으로 어느 정도여야 하는지에 대한 가이드라인을 주는 방식이 유용하다.

이어지는 장에서는 앞서 설명한 세 가지 잠재성장모형에 대하여 간략하게 소개하여 각 모형의 특징과 모수의 해석에 대하여 설명한다. 다음으로는 각 모형에서 적절한 표본크기를 결정하기 위한 시뮬레이션 진행방법, 모형 평가 방법 및 시뮬레이션 실행 결과를 보고한다. 마지막으로 본 연구의 결과를 실제로 어떻게 유용하게 이용할 것인지에 대하여 제안하고, 주의점에 대해서도 살펴본다.

잠재성장모형

잠재성장모형은 단 하나의 모형으로 결정된 다기보다는 성장궤적의 형태에 따라 매우 다양한 모형이 존재한다고 보는 것이 옳다. 즉, 큰 틀에서 수리적으로는 하나의 방식으로 대표될 수 있지만, 실제 사용에서는 여러 모형이 존재한다고 할 수 있다. 이에 본 시뮬레이션 연구에서 사용될 세 가지 형태의 잠재성장모형에 대하여 간단하게 설명한다.

선형 성장모형

다른 모든 구조방정식 모형과 마찬가지로 잠재성장모형도 측정모형(measurement model)과 구조모형(structural model)의 두 부분으로 이루어져 있다. 잠재성장모형의 측정 및 구조모형은 원래 HLM 분야에서 발전한 종단자료 분석방법인 무선효과 성장모형(random effects growth model)의 1수준 모형과 2수준 모형에 각각 상응하는 동치(equivalent)모형이다. 즉, 측정모형은 개인내 성장궤적의 성장형태를 결정하는 부분(HLM의 1수준 모형)이고, 구조모형은 절편이나 기울기의 개인차를 개인간 변수를 이용해 설명하고자 하는 부분(HLM의 2수준 모형)이다. 먼저 잠재성장모형의 측정모형은 식 (1)과 같다.

$$y = \tau_y + \Lambda_y \eta + \epsilon. \quad (1)$$

위에서 y 는 관심변수 측정값의 벡터, τ_y 는 구조방정식에서 y 의 모평균을 포함하는 벡터(성장모형에서는 0벡터로 고정), Λ_y 는 성장요인(growth factor, 즉 절편과 기울기)의 계수값(loading)의 행렬, η 는 성장요인, ϵ 은 잔차벡터이다. 식 (1)은, 예를 들어, 네 개의 측정값을 이용하고 측정시점간 등간격과 선형 성장궤적을 가정하여 보면 식 (2)와 같이 풀어서 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_i \\ \eta_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

위에서 η_i 는 성장궤적의 절편, η_s 는 성장궤

적의 기울기이다. Λ_y 행렬의 두 번째 열이 성장모형에서의 시간 변수 코딩값이며, 이 두 번째 열을 이용하여 성장궤적의 형태(선형, 비선형 등)를 결정하게 된다. 측정모형과 더불어 잠재성장모형을 구성하는 구조모형은 식 (3)과 같다.

$$\eta = \alpha + \Gamma x_i + B\eta + \zeta. \quad (3)$$

위에서 α 는 구조방정식 구조모형 부분의 절편 벡터(절편과 기울기의 평균을 포함하는 부분), Γ 는 외생변수(x_i)가 성장요인을 예측하는 계수 행렬, B 는 성장요인이 또 다른 성장요인을 예측하도록 허락하는 계수 행렬, ζ 는 잔차 벡터이다. 잠재성장모형을 구성하고 있는 요소의 관점에서 측정모형과 구조모형을 설명하였다. 위와는 다른 관점으로, 구조모형에서 외생변수 x_i 가 존재하느냐 그렇지 않느냐에 따라 무조건 모형(unconditional model)과 조건 모형(conditional model)으로 나눌 수 있다. 외생변수가 존재하지 않으면 무조건 모형, 존재하면 조건모형이라고 한다.

일반적으로 위와 같은 잠재성장모형이 과거 여러 논문에서 소개되었지만, 최근에는 절편과 기울기에 존재하는 개인차를 이용하여 연속형 또는 비연속형 결과변수(outcome variable)를 예측하는 부분이 더해지기도 한다. 이때 결과변수가 연속형이라면 회귀분석, 범주형이라면 로지스틱 회귀분석이 위의 잠재성장모형에 추가되는 형태가 된다. 그림 1은 네 개의 측정시점을 가정하고, 공변인과 결과변수가 모두 포함된 선형 잠재성장모형의 경로도이다. 공변인이 직접 결과변수에 영향을 주는 가설도 설정 가능하다.

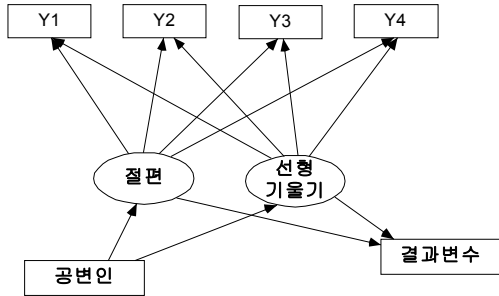


그림 1. 선형 잠재성장모형의 경로도

연구자가 선형 성장모형을 계획하였다고 하여서 모형이 항상 추정 가능한(판별; identification) 것은 아니다. 선형 성장모형의 경우, 최소한 3개의 시점에 걸쳐 자료를 수집해야 모형이 추정 가능하게 되며, 안정적인 추정치를 얻기 위해서는 4개 이상을 수집하는 것이 좋은 것으로 알려져 있다. 모형을 안정적으로 추정하게 되면, 절편은 어느 한 시점(일반적으로 자료수집의 시작점)에서의 관심변수의 기댓값이 되며, 기울기는 시간이 한 단위 증가할 때 기대되는 관심변수의 변화량(즉 변화율)으로 해석한다. 이때, 시간의 한 단위라는 것은 반드시 Y1과 Y2의 간격 또는 Y2와 Y3의 간격 등을 의미하지는 않으며, 실제로 연구에서 어떤 단위의 시간(일, 월, 학기 등)을 사용하였느냐와 기울기의 요인부하값을 어떻게 설정하였느냐에 달려 있다.

2차 함수 성장모형

2차 함수 성장모형(quadratic LGM)은 비선형적인(특히 2차 함수 형태의) 성장을 가정하는 모형이며, 선형 성장모형에 2차 함수 성장요인을 더하여 이루어진다. 즉, 2차 함수 성장모형은 절편과 선형 기울기에 2차 함수 기울기(quadratic slope)가 더해져, 세 개의 성장요인으

로 정의된다. 2차 함수 성장모형 역시 구조방정식 모형이므로, 측정모형과 구조모형으로 이루어져 있으며, 기본적으로 위의 선형 성장모형과 다르지 않다. 다만, 추가된 2차 함수 기울기 요인과 그에 따른 요인부하값에 차이가 있을 뿐이다. 네 개의 측정시점과 시점간 등간격을 가정하면 측정모형 부분은 식 (4)와 같다.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_i \\ \eta_s \\ \eta_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

앞의 선형 성장모형의 측정모형과 비교해 추가된 η_q 는 2차 함수 기울기로서 선형기울기가 시간이 지남에 따라 어떻게 변화하는 지를 나타내며, Δ_y 에 추가된 2차 함수 기울기 요인의 요인부하값은 선형기울기 요인부하값의 제곱으로 설정한다. 2차 함수 성장모형의 구조모형 부분은 세 개의 성장요인이 있다는 것만 제외하면, 선형 성장모형의 경우와 일치하므로 생략한다. 또한 2차 함수 성장모형 역시 각 성장요인을 설명하는 공변인을 더할 수 있으며, 각 성장요인이 설명하는 결과변수를 더

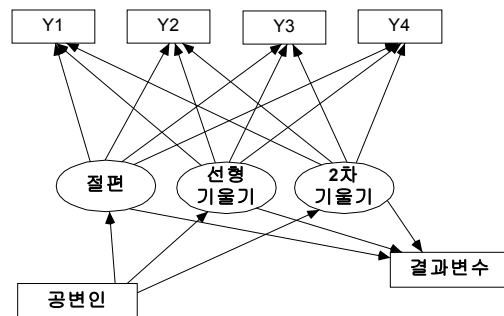


그림 2. 2차 함수 잠재성장모형의 경로도

할 수도 있다. 경로도는 그림 2와 같다.

2차 함수 성장모형이 추정가능하기 위해서는 적어도 4개의 측정시점이 필요한데, 안정적인 모수의 추정을 위해서는 선형 성장모형의 경우와 마찬가지로 더 많은 개수의 측정시점을 필요로 한다. 또한 2차 함수 성장모형을 사용함에 있어서 매우 주의해야 할 부분이 있는데, 그것은 선형기울기(η_s)의 해석이다. 선형 성장모형에서는 선형기울기가 측정시점 전체에 걸친 일관적인 변화율을 의미하는데 반해, 2차 함수 성장모형에서의 선형기울기는 절편이 추정되는 단 하나의 시점에서의 순간적인 기울기를 의미한다. 다시 말해, 비선형적인 성장궤적의 절편이 있는 시점(주로 시작점)에서 성장궤적의 접선의 기울기가 바로 2차 함수 성장모형의 선형 기울기의 의미이다. 앞서 간단하게 설명한대로 2차 함수 기울기는 선형 변화율(즉, 접선의 기울기)이 시간의 흐름에 따라 어떻게 변화하는지를 가리킨다. 2차 함수 기울기가 정적(positive)이면 성장궤적은 시간의 흐름에 따라 점점 가파르게 성장하는 지수함수 모양의 패턴을 보이며, 2차 함수 기울기가 부적(negative)이면 성장궤적은 점점 성장의 속도가 감소하는 로그함수 모양의 패턴을 보인다.²⁾

2) 2차 함수 기울기의 부호에 따라 성장궤적이 지수 또는 로그함수의 모양과 비슷한 패턴을 가지기는 하지만, 실제로 지수함수나 로그함수를 따르는 것은 아니다. 지수함수를 이용한 성장모형이 따로 존재하고, 2차 함수 성장모형과 지수함수 성장모형의 성장궤적은 그 패턴이 의미 있게 구분되기 때문에 사용에 주의를 요한다. 2차 함수 성장모형의 궤적은 증가하다가 감소하는 등 궤적상에서 변곡점이 존재할 수도 있지만, 지수함수 성장모형의 궤적은 변곡점이 존재하지 않고 하나의 잠재적인 값에 접근하는 형태다.

요인부하 추정 성장모형

앞서 설명한대로 잠재성장모형에서 성장궤적의 형태는 Λ_y 행렬의 기울기 요인부하값을 조정함으로써 결정할 수 있다. Meredith와 Tisak(1984)이 잠재성장모형을 처음 제안했을 때, 정해진 성장궤적의 형태에 따라 요인부하값을 고정하는 모형뿐만 아니라 자료의 형태에 따라 성장궤적을 자유롭게 추정하는 방식도 제안하였다. 이 모형에서는 첫 번째 요인부하값과 두 번째 요인부하값을 각각 0과 1로 고정하여 기울기 성장요인의 단위를 설정하고, 나머지 모든 요인부하값들은 자료가 함축하고 있는 성장궤적에 따라 추정되도록 한다. 역시 네 개의 측정시점을 가정했을 때, 추정모형 부분은 식 (5)와 같이 펼쳐 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & \lambda_3 \\ 1 & \lambda_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_i \\ \eta_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

위에서 λ_3 와 λ_4 는 기울기 요인의 세 번째, 네 번째 요인부하값으로서 연구자가 미리 설정하지 않고 모형 안에서 추정된다. 이로 인해, 위 모형에서 성장궤적 역시 선형 또는 2차 함수 등의 정해진 형태로 특정할 수 없으며 추정된 요인부하값들로부터 성장궤적의 형태를 추론한다. 요인부하 추정 성장모형의 경로도는 선형 성장모형의 경로도와 일치하는데, 다만 선형기울기의 요인부하값에서 두 개(0과 1)를 제외한 모든 요인부하값이 고정되지 않고 자유롭게 추정되는 부분만 다르다.

요인부하 추정 성장모형은 기본적으로 세 시점 이상의 자료가 수집되었을 때 추정가능한데, 측정시점이 몇 개이든 간에 반드시 만

측해야 하는 조건이 있다. 예를 들어, 세 개의 시점을 가정하면, 첫 번째 시점의 평균과 두 번째 시점의 평균이 같지 않아야 하며, 세 번째 시점의 요인부하값이 1이 아니어야 한다 (Bollen & Curran, 2006). 추정된 기울기와 요인부하값의 해석은 다음과 같다. 먼저 추정된 요인부하값들은 성장계적의 형태를 결정할 뿐만 아니라, 숫자 하나하나에 대한 해석 역시 가능하다. 앞의 예에서 첫 번째 시점과 두 번째 시점의 변화량이 1이라고 가정했을 때, λ_3 의 추정치는 첫 번째 시점과 세 번째 시점의 변화량이고, λ_4 의 추정치는 첫 번째 시점과 네 번째 시점의 변화량이 된다. 예를 들어, $\lambda_3 = 1.6$, $\lambda_4 = 1.9$ 라면, 첫 번째 시점과 두 번째 시점의 변화량을 1이라고 가정했을 때, 첫 번째와 세 번째 시점 사이에는 1.6배, 첫 번째와 네 번째 시점 사이에는 1.9배 변화하였음을 나타낸다. 즉, 시간이 흐름에 따라 꾸준히 성장하고 있기는 하지만, 그 성장이 시간에 따라 둔화되고 있음을 나타낸다. 만약 $\lambda_3 = 2.4$, $\lambda_4 = 4.1$ 이 된다면, 시간이 흐름에 따라 성장이 가속되고 있음을 나타낸다.

추정된 요인부하값들을 통해 모형의 성장계적을 대략 파악하고 나면, 추정된 기울기의 값(평균)을 해석하기도 하는데, 이 부분은 꽤 모호하다. 요인부하 추정 성장모형에서는 추정된 요인부하값에 따라 선형 성장뿐만 아니라 매우 다양한 비선형 성장도 모두 가능하기 때문에 추정된 기울기는 선형이라고도 비선형이라고도 정확하게 말할 수 없다. 이러한 이유로 기울기 자체에 대한 해석을 하지 않는 경우도 많은데, 이는 선형 성장모형과 같이 전 시점에 따른 일관적인 변화율이라고 해석할 수는 없기 때문이다. 하지만 굳이 요인부

하 추정 성장모형에서 기울기의 평균값을 해석하고자 한다면, 기울기 요인부하값을 0과 1로 놓은 두 시점 사이에 이루어진 변화량이 된다. 요인부하 추정 성장모형에서는 식 (6)과 같이 첫 번째와 마지막 시점의 기울기 요인부하를 0과 1로 고정하는 경우도 존재하는데,³⁾ 이와 같은 상황에서는 기울기 평균 추정치의 해석이 첫 번째 시점과 마지막 시점, 즉 전 시점에 걸친 총 변화량이 된다.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & \lambda_2 \\ 1 & \lambda_3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_i \\ \eta_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

기울기를 해석할 때 주의해야 할 것은 이 기울기가 마치 선형 기울기인 듯 부주의한 해석을 하는 것이다. 선형 모형에서는 기울기 평균 추정치가 임의의 어느 두 시점 간의 성장을 의미하지만, 요인부하 추정 모형에서는 그렇지 않다.

마지막으로 위 모형에 공변인을 추가하게 되면 공변인이 성장요인에 주는 영향력을 해석하는 것에 주의해야 한다. 일반적으로 잠재성장모형의 절편 또는 기울기를 설명하는 방식으로 추가되는 공변인의 경우 시간불변(time-invariant)을 가정하게 된다. 즉, 전 시점에 걸쳐서 공변인이 성장요인에 일정하게 영향을

3) 첫 번째와 두 번째 요인부하를 0과 1로 고정하고 나머지 모든 요인부하를 추정하는 모형과 첫 번째와 마지막 요인부하를 0과 1로 고정하고 나머지 요인부하를 추정하는 모형은 통계적으로 동치이며, 다만 요인부하 추정치에 대한 해석과 기울기 평균 추정치가 달라진다. 사실 요인부하 추정 모형을 위한 조건은 그 어느 요인부하라도 두 개만 골라서 0과 1로 고정하면 된다.

준다는 가정을 하게 된다. 하지만 요인부하 추정 성장모형에서는 성장의 변화가 전 시점에 걸쳐 매우 다르게 일어나기 때문에, 공변인이 주는 영향력을 해석하는 것이 모호하다.

지금까지 세부적으로 설명한 세 가지의 선형, 비선형, 자유모수 추정 잠재성장모형들의 평가와 사용에 있어서 유념할 것이 있다. 먼저 위의 모형들 역시 일반적인 구조방정식 모형과 마찬가지로 적합도를 검정하고 근사 적합도 지수를 보고 하는 것이 일반적인 관례이다. Kline(2011), Boomsma(2000), McDonald와 Ho(2002) 등에 의하면, 구조방정식 모형의 적합도를 살필 때, 일단 χ^2 적합도 검정을 실시하고, CFI(Bentler, 1990), RMSEA(Steiger & Lind, 1980), SRMR⁴⁾ 등을 이용하여 근사적인 적합도를 살핀다. 구조방정식 모형의 적합도를 판단하는 그 어떤 절대적인 지수도 존재하지 않으므로, 여러 가지 지수를 종합적으로 보고 판단하게 된다.

이 때 일반적으로 많은 연구자들이 비선형 성장모형이 선형성장모형에 비해 수학적으로 데이터를 잘 표현하게 되어 더 좋은 모형 적합도 지수를 가지게 되므로 모형의 적합도 지수를 올리기 위해 비선형 모형을 최종모형으로 결정하는 경우가 많다. 하지만 앞에서 살폈듯이 더 복잡한 비선형 모형을 설정할수록 각 성장요인의 해석은 모호해진다. 현실 속에서 잠재성장모형을 이용하는 것은 성장궤적의 정확한 형태가 궁금할 때도 있지만, 외생변수(공변인)가 성장궤적의 절편이나 기울기 등에

주는 영향에 대해서도 많은 관심이 있다. 예를 들어, 임상 현장에서 어떤 개입(intervention)이 참여자들의 문제 있는 행동을 감소시켰다고 할 때, 사실 우리는 그 문제행동의 시간에 따른 변화(성장궤적)가 정확히 어떤 복잡한 비선형 모형을 따르는지 알기 쉽지 않다. 이럴 때는 모형적합도가 상당히 나쁘지 않은 이상 단순한 선형 성장모형을 설정하고 선형 기울기에 그 외생변수(개입 변수)가 어떤 영향을 주었는지 확인하는 것이 합리적인 방법일 것이다(Coffman & Millsap, 2006). 이때, 2차 함수 모형의 특성상 성장 패턴이 중간에 변곡점을 보일 수가 있는데, 그러한 경우에는 상당히 유의하여야 한다.

방 법

몬테카를로 시뮬레이션

일반적으로 몬테카를로(MC) 시뮬레이션 연구에서는, 주어진 모수를 가진 이론적인 분포나 통계모형을 따르는 자료 세트(samples 또는 replications)를 생성하고, 연구자가 의도한 모형(하나 또는 여러 종류)을 각각의 표본에 대하여 추정한 다음, 모수 추정치나 표준오차의 평균을 의도한 모수와 비교하는데, 이를 모수 복구[parameter recovery]라고 한다. 이러한 시뮬레이션 연구는 여러 다양한 인위적인 조건에서 통계적인 추정량(예를 들어, 최대우도추정, 베이지안 추정, 최소제곱추정 등)의 정확성이나 성능을 연구하는데 자주 이용된다. 하지만 본 연구에서는 이와는 조금 다른, 통계적 모형에서 정확한 추정치를 확보하기 위해서 요구되는 적절한 표본크기를 결정하는 목적으로

4) Wu, West와 Taylor(2009)는 잠재성장모형의 적합도 판단에서 SRMR은 평균구조(mean structure)부분에 대한 잘못된 모형설정을 찾아내는 검정력이 약하므로 주의해서 사용해야 한다고 경고하였다.

사용하였다(Bentler & Yuan, 1999; Jackson, 2003; Kim, 2012).

시뮬레이션 설계 및 자료 생성

MC 시뮬레이션의 첫 단계에서 결정해야 할 것은 어떤 모형을 연구대상으로 삼을지를 결정하는 것이다. 이미 앞에서 밝혔듯이 이 연구에서는 세 가지 다른 형태의 잠재성장모형, 즉 선형 모형, 2차 함수 모형, 요인부하 추정 모형⁵⁾을 선택하였다. 모형이 결정되고 나면 시뮬레이션의 매 조건마다 생성되는 자료세트(replication)의 개수와 각 자료세트내의 표본크기(sample size)를 결정해야 한다. 본 연구에서의 표본의 크기란 각 시뮬레이션 조건에서 모수들의 정확한 추정치를 확보할 수 있는 최소 표본의 크기를 의미하는데, 그 크기는 최소 50부터 시작하여 10단위(50~500 사이), 50단위(500~1,000 사이), 100단위(1,000~5,000 사이), 500단위(5,000~10,000 사이)로 증가시켰다. 자료세트의 숫자는 매 시뮬레이션 조건마다 1,000으로 결정하였다. 위의 조건들이 결정되면 각 잠재성장모형의 모수들을 결정해야 한다. 이러한 값들은 이론이나 이전 연구들에서 얻어질 수 있는데(Muthén & Muthén, 2002), 이번 연구에서는 한국학술정보에서 검색된 지난 10년간의 잠재성장모형을 적용한 국내연구 중 60여개의 결과를 참조하였다. 이번 연구에서 고려한 시뮬레이션 조건은 (1) 결측치의 비율, (2) 공변인의 추가 여부, (3) 측정시점의 개수, (4) 범주형(이분형) 결과변수의 추가 여부 등 총 네 가지였다. 세 가지의 잠재성장모형이

5) 요인부하 추정 모형에서 기울기의 요인부하 모수는 0, 1, 1.9, 2.7, 3.5, 4.0, 4.4의 순서로 측정변수의 개수에 맞게 설정하였다.

교차된 네 가지 조건 변수들에 기반하여 생성되었으며, Mplus 7(Muthén & Muthén, 2013)의 강건한 최대우도추정 방법(maximum likelihood estimation with robust standard errors, MLR 옵션)을 이용하여 모형을 추정하였다.

첫 번째 시뮬레이션 조건은 결측치의 비율이었으며, 결측치가 전혀 없는 완전자료와 전체적으로 30%의 결측치가 있는 경우를 고려⁶⁾하였다. 종단자료 분석에서 시간이 흐름에 따라 소모(attrition)되는 사례들로 인해 결측치가 존재하는 것은 매우 일반적인 현상이다. 또한 연구가 시작되는 시점에 비해 시간이 흐를수록 결측치의 비율이 올라가는 것 또한 자연스러운 현상이므로(Kim, 2012; Muthén & Muthén, 2002), 전체적인 결측치 비율을 30%로 유지하면서 초반의 결측치 비율에 비해 더 나중 시점의 결측치 비율이 상대적으로 약간 더 높게 자료를 생성하였다.⁷⁾ 다만 측정시점의 개수가 3회부터 7회까지 다양하기 때문에 모든 자료에서 동일한 패턴의 결측이 발생하였다고 가정하기에는 무리가 있다. 두 번째 시뮬레이션 조건은 공변인(covariate)의 추가 여부였으며, 추가된 모형의 경우에는 표준정규분포를 따르는 하나의 공변인을 모형에 추가하였다. 공변인은 성장모형에서 매우 일반적일 뿐만 아니라,

6) 미국에서 국가적으로 수집한 ECLS-K(Early Childhood Longitudinal Study - Kindergarten Cohort) 자료(Tourangeau, Nord, Lê, Sorongon, & Najarian, 2009)를 보면, 일곱 개의 시점에 걸쳐 읽기점수는 26.4%, 수학점수는 36.6% 결측이 발생하고 있다. 이에 대략 30%를 결측비율로 선택하였다.

7) 이와 같은 방식의 결측 자료는 missing at random(MAR; Little & Rubin, 2002)의 예시라고 할 수 있다. 측정변수(또는 지시변수)에 존재하는 결측의 패턴이 다른 변수, 즉 시간 때문에 발생하는 것이므로 MAR로 이해될 수 있다.

올바른 성장모형의 설정에서 중요한 역할을 하는 것으로 알려져 있다(Muthén, 2004). 세 번째 시뮬레이션 조건은 측정시점의 개수였으며, 3개의 측정시점으로도 모형이 추정 가능한 선형 모형과 요인부하 추정 모형의 경우는 3, 4, 5, 6, 7개의 측정시점을 고려하였으며, 4개 이상의 측정시점이 있어야만 추정가능한 2차 함수 모형의 경우에는 4, 5, 6, 7개의 측정시점을 고려하였다. 다양한 형태의 혼합성장모형(GMM)에서의 표본크기 연구에 따르면, 성장모형에서 요구되는 최소 표본크기는 측정시점의 개수와 밀접한 관련이 있으며, 일반적으로 시점이 늘어날수록 정확한 모수추정을 위해 요구되는 표본크기는 작아지는 경향이 있었다(Kim, 2012). 마지막 시뮬레이션 조건은 이분형 결과변수(binary outcome)의 추가 여부였으며, 추가된 경우는 0과 1이 70:30의 비율로 나뉜 변수의 형태로 설정하였다. 이분형 결과변수는 심리학 및 교육학의 여러 분야에서 다양하게 사용되는데, 예를 들어, 흡연 연구에서 최종적으로 금연에 성공하였는지 여부, 우울증 연구에서 치료 후에 사회적 부적응 행동을 했는지의 여부, 성취도 연구에서 교과과정이 끝난 후에 필요한 기량을 습득하였는지의 여부 등이 있다. 일반적으로 결과변수는 어떤 형태(연속형 또는 범주형)로든 성장모형에 추가될 수 있지만, 이분형 등의 범주형 변수가 추가되는 경우에는 수치적분(numerical integration)이 최대우도추정의 과정에 사용되어 추정과정이 매우 복잡해지거나 심지어 불가능할 수도 있게 된다(Muthén & Asparouhov, 2012).⁸⁾ 이에 이분형 결과변수가 성장모형에

8) 범주형 변수가 결과변수로 추가되는 경우에 반해, 공변인으로 추가되는 경우의 최대우도추정 과정은 수치적분이 적용되지 않으며, 일반적으로

표 1. 잠재성장모형의 모수

	선형	2차 함수	요인부하 추정
	<i>M/Var</i>	<i>M/Var</i>	<i>M/Var</i>
η_i	6.0/1.0	6.0/1.0	6.0/1.0
η_s	0.6/0.4	0.6/0.4	0.6/0.4
η_q	-/-	0.02/0.1	-/-
공변인	0/1	0/1	0/1
결과변수의 경계값	4.207	4.207	4.207
상관 계수	η_i, η_s	-0.4	-0.1
	η_i, η_q		-0.3
	η_s, η_q		-0.3
잔차 분산	y1	1.0	1.0
	y2	1.0	1.0
	y3	1.0	1.0
	y4	1.0	1.0
	y5	1.0	1.5
	y6	1.0	2.0
	y7	1.0	3.0
공변인 회귀 계수	η_i	0.5	0.5
	η_s	0.3	0.3
	η_q		0.05
결과 변수 회귀 계수	η_i	0.5	0.5
	η_s	0.6	0.6
	η_q		0.1

추가된 경우 정확한 추정을 위해 모형에서 요구하는 최소한의 표본크기가 얼마나 변하는지를 확인하였다. 위의 시뮬레이션 조건들을 반영한 각 잠재성장모형의 모수치(성장요인의 평균 및 분산, 요인간 상관, 잔차분산, 경계모형의 추정을 복잡하게 하거나 불가능하게 만드는 경우는 없다.

(threshold), 공변인 및 결과변수와 성장요인간의 회귀계수 등)는 표 1에 나타난다. 2차 함수 모형의 경우에 잔차분산의 모수를 시간의 흐름에 따라 더 커지도록 설계하였다. 이는 같은 값으로 고정하였을 때, 잘못된 추정 결과(improper solution)를 너무 많이 보였기 때문에, Grimm과 Widaman(2010)의 연구를 참조하여 설정한 것이다.

자료 분석의 준거

표 2~표 4에 나타나는 총 112개의 시물레이션 조건마다 1,000개의 자료 세트가 생성되었고, 각 조건마다 표본크기 50부터 10, 50, 100, 500 등의 단위로 늘려가면서 세 가지 잠재성장모형의 모수가 정확하게 추정되는지를 확인하였다. 만약 어느 한 시물레이션 조건에서 50부터 표본크기를 늘려가며 정확한 추정을 위해 요구되는 조건들을 만족했는지 살펴다가 450에서 모든 조건을 만족하였다면, 450을 그 조건에서 요구되는 최소 또는 적절한 표본크기로 결과에서 보고하였다. 이 때, 1,000개의 자료세트 중 수렴하지 않은 세트의 수가 전체의 3%를 넘지 않는 기준을 적용하였다.

정확한 추정을 위한 판단기준은 Muthén과 Muthén(2002)과 Kim(2012)을 참고하여 다음의 세 가지를 고려하였다: 모수 편향(parameter bias), 표준오차 편향(standard error bias), 95% 커버리지(95% coverage). 모수 편향은 설정한 모수의 값과 시물레이션의 자료세트를 통하여 추정된 모수추정치들의 평균과의 차이이며, 표준오차 편향은 모집단 표준오차와 시물레이션의 자료세트를 통하여 추정된 표준오차들의 평균과의 차이이다.⁹⁾ Muthén과 Muthén(2002)에

9) 시물레이션 연구에서 모집단의 표준오차란 생성

따르면 이 두 가지 편향은 모수크기의 10%를 넘어서는 안 된다. 95% 커버리지는 모든 자료 세트에 대하여 95% 신뢰구간을 계산하였을 때, 그 중 모수를 포함하고 있는 신뢰구간의 비율이다. Muthén과 Muthén(2002)은 95% 커버리지가 .91~.98 사이에 있어야 한다고 제안한다. Bradley(1978)의 이론에 기반한 Algina, Keselman과 Penfield(2005)는 .925~.975를 사용하기도 하였다. 95% 커버리지가 어떤 하계(lower bound)보다 낮다면 이것은 점 추정치가 편향되었을 가능성이 높고, 상계(upper bound)보다 높다면 이는 표준오차 추정치가 너무 클 가능성이 높으므로, 적절한 범위 안으로 들어오는 것이 제안된다. 이번 연구에서는 Muthén과 Muthén(2002)의 가이드라인을 따른다. Muthén과 Muthén(2002)은 네 번째로 검정력을 제안하기도 하였는데, 사실 본 연구와 같은 순수 시물레이션 연구에서는 어느 특정한 모수의 크기에 관심이 없기 때문에 검정력은 중요하지 않다(Kim, 2012). 사실 모수의 숫자를 0으로 설정하면 검정력이라는 것 자체가 계산되어질 수 없으며, 순수 시물레이션 연구에서는 많은 모수가 0일 수도 있다.

결 과

잠재성장모형에서 필요한 표본크기

결과에서 보고되는 표본크기는 어떤 하나의 시물레이션 조건에서 정확한 최대우도 추정치를 얻기 위한 최소 요구 표본크기이다. 다시

된 자료세트의 숫자가 충분히 클 때, 각 자료세트에서 계산된 모수 추정치들의 표준편차의 평균을 가리킨다.

표 2. 선형 성장모형의 최소 요구 표본크기

결측치	공변인	측정 시점의 수	이분형 결과변수			
			없음	있음		
0%	없음	3	120	260		
		4	60	150		
		5	80	100		
		6	80	120		
		7	80	100		
		있음	3	120	260	
			4	80	130	
	5		120	140		
	6		100	130		
	7		90	110		
	30%		없음	3	250	550
				4	110	170
		5		140	160	
		6		120	150	
7		90		120		
있음		3		260	600	
		4		130	200	
	5	100	160			
	6	130	130			
		7	130	130		

말해, $n = 50$ 에서 시작해서 표본의 크기를 키워가며 잠재성장모형을 추정하였을 때, 위에서 밝힌 세 가지의 준거(모수 및 표준오차 편향과 95% 커버리지)를 모두 만족하는 최소 표본크기이다. 선형 성장모형에서 정확한 모수 추정을 위해 요구되는 최소한의 표본크기는 표 2에 제시하였다.

먼저 가장 눈에 띄는 결과는 측정시점이 선형 성장모형의 최소 요구 개수(3개)일 때 다른 조건들에 비해 상대적으로 매우 큰 표본 크기를 요구한다는 것이다. 측정시점의 개수가 4~7일 때 각 조건에서 요구하는 표본크기의

차이가 거의 나지 않고, 표본크기가 증가 또는 감소하는 등의 패턴도 보이지 않는 것에 반해, 측정시점이 3개인 경우 눈에 띄게 높은 숫자를 요구하였다. 각 시뮬레이션 조건별로 최소 요구 표본크기를 비교하여 보면, 결측치가 30% 발생한 경우 완전자료에 비해 60% 정도 증가된 표본크기를 요구하였고, 공변인의 추가 여부는 큰 영향을 미치지 못했으며, 이분형 결과변수의 추가는 대략 20% 정도의 증가된 표본 크기를 요구하였다. 이때, 이분형 변수의 추가가 전체적으로는 20%의 증가된 표본크기를 요구하는 반면, 측정시점이 3개일 때는 거의 70% 증가된 표본크기를 요구하였다. 이는 충분하지 못한 측정시점(3개)에서, 모형을 복잡하게 만드는 이분형 결과변수를 추가하면, 충분치 못한 측정시점의 개수와 상호작용을 일으켜 모형을 매우 복잡하게 만든 것으로 보인다. 선형모형의 결과에 이어, 2차 함수 성장모형에서 정확한 모수추정을 위해 요구되는 최소한의 표본크기는 표 3에 제시하였다.

표 3의 결과를 보면 2차 함수 기울기(quadratic slope)가 추가됨으로써 선형모형에 비해 눈에 띄게 모형이 복잡해졌다. 같은 조건일 때 요구하는 표본크기가 최대 70배가 넘는 경우(예를 들어, 완전자료, 공변인 포함, 4개의 측정시점, 이분형 결과변수 포함된 조건)도 발생하였다. 선형모형의 결과와 비슷한 점은, 모형판별을 위한 최소시점 개수인 4개의 측정변수가 존재하는 경우에 정확한 모수추정을 위해 매우 큰 표본크기를 요구하였다는 것이다. 이는 혼합성장모형을 이용해 표본크기 연구를 실시한 Kim(2012)의 연구와 상당히 흡사하다. 특히 4개의 측정시점과 이분형 결과변수가 포함된 경우 모든 조건에서 10,000 이상의 표본

표 3. 2차 함수 성장모형의 최소 요구 표본크기

결측치	공변인	측정 시점의 수	이분형 결과변수		
			없음	있음	
0%	없음	4	2,800	>10,000	
		5	650	2,800	
		6	230	1,200	
		7	130	360	
		있음	4	3,200	>10,000
			5	700	1,200
			6	260	800
	7		120	550	
	30%	없음	4	7,500	>10,000
			5	1,500	3,100
			6	600	1,100
			7	250	700
		있음	4	7,600	>10,000
			5	1,800	2,700
6			550	2,200	
		7	270	750	

표 4. 요인부하 추정 성장모형의 최소 요구 표본 크기

결측치	공변인	측정 시점의 수	이분형 결과변수		
			없음	있음	
0%	없음	3	190	310	
		4	110	150	
		5	80	110	
		6	110	120	
		7	90	110	
		있음	3	180	360
			4	130	130
	5		150	70	
	6		90	110	
	30%	없음	3	380	500
			4	170	180
			5	130	170
			6	130	120
		있음	3	320	550
4			200	240	
5			240	170	
		6	140	130	
		7	130	130	

크기를 요구하였고, 시간과 유용성의 측면에서 시뮬레이션을 더 이상 실시하지 않았다.¹⁰⁾ 각 시뮬레이션 조건별 영향 역시 선형모형과 비슷한 결과를 보였는데, 그 영향력은 훨씬 더 강력하였다. 결측치가 30% 발생한 경우에는 완전자료에 비해 두 배 이상 증가된 표본 크기를 요구하였고, 이분형 결과변수의 포함도 100% 이상 추가된 표본크기를 요구하였으며, 공변인의 추가는 일관적인 영향을 주지 못하였다. 마지막으로 요인부하 추정 성장모형에서 정확한 모수추정을 위해 요구되는 최

소한 표본크기는 표 4에 제시하였다.

2차 함수 성장모형과 같은 비선형 모형이기는 하지만 추가적인 성장요인이 없는 요인부하 추정 모형의 전체적인 최소 요구 표본크기는 상대적으로 훨씬 작았다. 모든 성장모형 중 가장 단순한 선형모형에 비해 전체적으로 30%의 추가적인 표본크기를 요구할 뿐, 이분형 결과변수가 있는 경우에는 거의 차이가 없었다. 눈에 띄는 특징 및 각 시뮬레이션 조건별 결과도 선형모형과 상당히 유사했다. 모형

10) 4개의 측정시점에, 30%의 결측치가 존재하고, 이분형 결과변수가 포함된 조건에서 모형 하나가 1,000개의 자료세트에 대하여 추정을 완료하는데 걸린 시간은 최신형 Intel i7 컴퓨터에서 대략 10일 정도가 소요되었다.

판별(identification)을 위한 최소 측정시점 개수인 3개의 측정변수가 있을 때, 상대적으로 매우 큰 크기의 표본을 요구하였으며, 30%의 결측치나 이분형 결과변수는 약간 더 큰 표본을 요구하였고, 공변인의 존재는 그다지 큰 영향을 끼치지 못했다.

결론 및 제언

이번 연구는 실제로 자주 쓰이는 세 가지 형태의 잠재성장모형을 사용함에 있어서 어느 정도 크기의 표본을 확보해야 정확한 모수추정이 가능한가에 대해 가이드라인을 제공하고자 하였다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 단계적으로 표본의 크기를 키워가며 Muthén과 Muthén(2002)이 제안한 세 가지 준거를 모두 만족하는 최소 표본크기를 획득하였다. 잠재성장모형이 요구하는 표본크기는 모수의 개수가 얼마인가에 따라 표본크기를 결정하는($N:q$, N 은 표본크기, q 는 모수의 개수) 단순한 방식으로는 이루어질 수 없는 특성을 지니고 있기 때문에, 성장모형이 가진 여러 조건에 따라 자세한 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하였다. 전반적인 결과 역시 하나의 원칙이나 규칙으로 설명할 수는 없었으며, 모형이 요구하는 표본크기는 성장궤적의 형태, 측정시점의 개수, 결측치의 유무, 이분형 결과변수의 포함 등에 의해 영향을 받았다.

시뮬레이션의 결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, 각 시뮬레이션 조건의 영향력이 세 모형에서 상당히 비슷하게 작용하였다. 결측치가 발생했을 때, 이분형 결과변수가 포함되었을 때, 그리고 측정시점의 수가 적을수록 정확한 모수추정을 위해 상당히 더 큰 표본크

기를 요구하였으며, 공변인의 효과는 상대적으로 미약하였고 일관적이지 않았다. 또한 측정시점의 수가 각 모형의 판별을 위한 최소 크기일 때, 두 배에서 수십 배에 이르기까지 더 큰 표본크기를 요구하였다. 둘째, 시뮬레이션 조건들이 서로 상호작용을 일으켰다. 예를 들어, 측정시점의 수가 최소이고, 동시에 이분형 결과변수가 포함되었을 때, 매우 큰 표본크기를 요구하였다. 이 효과는 특히 세 가지 성장모형 중 가장 복잡한 모형이라고 할 수 있는 2차 함수 성장모형에서 극대화되어 10,000이상의 표본크기를 요구하기도 하였다. 셋째, 2차 함수 성장모형이 다른 두 모형에 비해 비교가 안될 만큼 큰 표본크기를 전반적으로 요구하였는데, 이는 충분한 표본크기가 확보되지 않은 상황에서 2차 함수 성장모형을 사용하는 것이 정확한 모수추정을 방해한다는 것이다. 하지만 측정시점의 개수가 늘어남에 따라 요구되는 표본크기는 빠른 속도로 떨어져, 충분한 측정시점을 확보한다면 2차 함수 모형의 이용에 큰 문제가 없다는 것을 볼 수 있었다. 마지막으로 추정하고자 하는 모수의 증가가 반드시 성장모형을 복잡하게 만드는 것은 아니라는 것을 확인하였다. 모수의 증가가 측정시점의 증가와 함께 일어난다면, 오히려 정확한 모수추정을 위해 요구되는 표본크기를 극적으로 줄이는 효과를 발견하였다.

이번 연구는 시뮬레이션 연구이기 때문에 가지는 몇 가지 제한점(limitations)을 가지고 있다. 첫째, 매우 다양한 형태의 잠재성장모형이 존재하는 것에 반해 오직 세 개의 모형만 고려하였다. 물론 많은 종류의 모형을 이용해 연구했다면 더 좋았겠지만, 시간의 제약으로 인해 현재 국내에서 발표된 논문에서 많이 사용되는 모형으로 제한하였다. 둘째, 시뮬레이

선 변수들의 조건과 모수의 값은 연구자의 경험과 이미 출판된 논문에 기반을 두어 임의로 결정되었다. 모든 경우를 다 반영할 수는 없지만 최대한 이미 존재하는 논문들의 값을 반영하려고 노력하였다. 셋째, 가장 복잡한 조건에서 10,000이상의 표본크기가 요구되었는데, 이 경우 더 이상 그 조건에서 시뮬레이션을 진행하지 않고 “>10,000”(10,000 이상)이라고 표기하였다. 수개월의 시간을 더 들이면 정확한 숫자를 찾아낼 수도 있겠지만, 이 모형을 사용하는 실제 연구자들에게 있어서 이 정도의 정보를 제공하는 것으로 충분하다고 판단하였다. 마지막으로 이 연구에서 보고된 모든 표본크기가 정확한 모수추정을 위한 충분한 표본크기가 아니라 최소한의 표본크기라는 점이다. 예를 들어, 표본크기 1,000에서 어떤 모형이 Muthén과 Muthén(2002)이 제안한 세 가지 조건을 다 만족하였더라도, 1,050 정도에서 다시 그 조건 중 일부가 만족하지 않는 경우도 생길 수 있다는 의미이다.

위에서 언급한 제한점이 있기는 하지만, 본 연구의 결과를 바탕으로 실질적으로 잠재성장모형을 사용하고자 하는 연구자들에게 몇 가지 제안을 한다. 첫째, 앞서 말한 대로 표에 보고된 표본크기는 정확한 모수추정을 위한 충분한 표본크기가 아니므로, 표의 숫자를 최소 요구 표본크기로 참고하여 자료를 수집하는 것이 좋을 것이다. 둘째, 충분한 자료를 모으는 것도 중요하지만, 최대한 많은 시점에서 자료를 수집하는 것 또한 매우 중요하다. 특히 2차 함수 성장모형을 사용하고자 하는 경우, 모형판별을 위한 최소 측정시점 개수인 4개로는 정확한 모수추정이 매우 어려우며, 잘못된 추정 결과(improper solution)가 자주 발생할 수 있으므로 최소한 다섯 개 이상의 시점

에서 자료를 수집하는 것이 좋다. 마지막으로 매우 특정한 상황에서, 즉 표에서 제시되지 않거나 표의 조건과 비슷하지 않은 상태에서 잠재성장모형의 추정을 위한 표본크기가 궁금하다면, 시간이 걸리고 쉬운 일은 아니지만 Muthén과 Muthén(2002)이 제안한대로 시뮬레이션을 직접 수행하는 것이 필요하다. 최근에는 R(R Development Core Team, 2014)이 제공하는 오픈소스 소프트웨어 환경에서 MplusAutomation 패키지를 다운로드 받으면, Mplus를 이용한 시뮬레이션을 효율적으로 실행할 수 있다.

본 연구는 여러 가지 잠재성장모형을 사용함에 있어서, 실질적인 연구자들이 표본크기를 결정하는데 있어 참고할 수 있는 가이드라인을 제공하기 위한 시뮬레이션 연구이다. 그 어떤 시뮬레이션 연구도 모든 연구자가 만족할 수 있는 정확한 표본크기를 제공하여 줄 수는 없지만, 참고할 수 있는 가이드라인이 있느냐 없느냐는 전혀 다른 문제일 것이다. 또한 본 연구는 성장모형에서의 표본크기가 어떤 요인들에 의해 주로 영향 받고, 무엇에 주의하여 표본크기를 결정해야 하는지에 대한 전반적인 이해를 높이는데 이바지 한다.

참고문헌

- 권선중, 임숙희, 김영호 (2015). 청소년의 게임 관련 신념과 게임 중독의 관계에 대한 재탐색: 잠재성장모형을 활용한 단기 종단 연구. 한국심리학회지: 건강, 20(1), 267-283.
- 노성호 (2009). 청소년 비행의 추세분석과 전망. 형사정책연구, 20(1).

- 박순미, 손지아, 배성우 (2009). 노인의 생활만족도 변화에 대한 종단적 접근 - 인구사회학적 변인을 중심으로. *사회과학연구*, 25(3), 1-24.
- 박현수, 박성훈, 정혜원 (2009). 청소년 비행에 있어 낙인의 효과에 대한 경험적 연구: 비공식 낙인을 중심으로. *한국청소년연구*, 20(1), 227-251.
- 서미정 (2009). 초기 청소년의 외현적 공격성 변화와 비행, 우울/불안 및 학업성취감: 잠재성장분석. *한국청소년연구*, 20(2), 141-167.
- 송태민, 이주열, 안지영 (2010). 금연 실천과 니코틴 의존도의 변화과정에 관한 연구. *보건교육건강증진학회지*, 27(4), 123-129.
- 정소희 (2009). 청소년 비행의 발달궤적과 이에 영향을 주는 요인. *한국청소년연구*, 20(2), 31-64.
- 조윤주 (2010). 청소년의 인터넷일탈에 관한 종단적 연구: 잠재성장모형의 적용. *청소년학연구*, 17(6), 171-195.
- 주혜선, 이나빈, 민문경, 안현의 (2014). 대학생의 우울증상 진행경로에 미치는 정서조절 곤란과 외상 기억 특성의 효과: 잠재성장모형을 통한 단기종단연구. *한국심리학회지: 상담 및 심리치료*, 26(3), 617-636.
- Algina, J., Keselman, H. J., Penfield, R. D. (2005). An Alternative to Cohen's Standardized Mean Difference Effect Size: A Robust Parameter and Confidence Interval in the Two Independent Groups Case. *Psychological Methods*, 10(3), 317-328.
- Bentler, P. M. (1990). Comparative fit indexes in structural models. *Psychological Bulletin*, 107(2), 238-246.
- Bentler, P. M., & Yuan, K.-H. (1999). Structural equation modeling with small samples: Test statistics. *Multivariate Behavioral Research*, 34, 183-199.
- Blozis, S. A., Harring, J. R., & Mels, G. (2008). Using LISREL to fit nonlinear latent curve models. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 15(2), 346-369.
- Bollen, K. A., & Curran, P. J. (2006). *Latent curve models: A structural equation modeling perspective*. New Jersey: John Wiley.
- Boomsma, A. (2000). Reporting analyses of covariance structures. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 7, 461-481.
- Bradley, J. V. (1978). Robustness? *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 31, 144-152.
- Cheong, J., MacKinnon, D. P., & Khoo, S. T. (2003). Investigation of mediational processes using parallel process latent growth curve modeling. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 10(2), 238-262.
- Coffman, D. L., & Millsap, R. E. (2006). Evaluating latent growth curve models using individual fit statistics. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 13(1), 1-27.
- Grimm, K. J., & Ram, N. (2009). Nonlinear growth models in Mplus and SAS. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 16(4), 676-701.
- Grimm, K. J., Steele, J. S., Ram, N., & Nesselroade, J. R. (2013). Exploratory latent growth models in the structural equation

- modeling framework. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 20(4), 568-591.
- Grimm, K. J., & Widaman, K. F. (2010). Residual structures in latent growth curve modeling. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 17(3), 424-442.
- Jackson, D. L. (2001). Sample size and number of parameter estimates in maximum likelihood confirmatory factor analysis: A Monte Carlo investigation. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 8, 205-223.
- Jackson, D. L. (2003). Revisiting sample size and the number of parameter estimates: Some support for the n:q hypothesis. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 10, 128-141.
- Jöreskog, K. G. (1969). A general approach to confirmatory maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika*, 34(2), 183-202.
- Kim, S. -Y. (2012). Sample size requirements in single- and multi-phase growth mixture models: A Monte Carlo simulation study. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 19, 457-476.
- Kline, R. B. (2011). *Principles and practice of structural equation modeling*. New York: The Guilford Press.
- Little, R. J. A., & Rubin, D. B. (2002). *Statistical analysis with missing data*, 2nd ed. Hoboken, NJ: Wiley.
- McArdle, J. J. (1986). Latent variable growth within behavior genetic models. *Behavior Genetics*, 16, 163-200.
- McDonald, R. P., & Ho, M. -H. R. (2002). Principles and practice in reporting structural equation analyses. *Psychological Methods*, 7(1), 64-82.
- Meredith, W., & Tisak, J. (1984). "Tuckerizing" curves. Paper presented at the annual meeting of the Psychometric Society, Santa Barbara, CA.
- Meredith, W., & Tisak, J. (1990). Latent curve analysis. *Psychometrika*, 55(1), 107-122.
- Muthén, B. (1989). Latent variable modeling in heterogeneous populations. *Psychometrika*, 54, 557-585.
- Muthén, B. (2001a). Latent variable mixture modeling. In G. A. Marcoulides & R. E. Schumacker (Eds.), *New developments and techniques in structural equation modeling* (pp. 1-33). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Muthén, B. (2001). Second-generation structural equation modeling with a combination of categorical and continuous latent variables: New opportunities for latent class/latent growth modeling. In L. Collins & A. Sayer (Eds.), *New methods for the analysis of change* (pp.291-322). Washington, DC: American Psychological Association.
- Muthén, B. (2004). Latent variable analysis: Growth mixture modeling and related techniques for longitudinal data. In D. Kaplan (Ed.), *Handbook of quantitative methodology for the social sciences* (pp.345-368). Newbury Park, CA: Sage.
- Muthén, B., & Asparouhov, T. (2012). Bayesian SEM: A more flexible representation of substantive theory. *Psychological Methods*, 17(3), 313-335.

- Muthén, B., & Shedden, K. (1999). Finite mixture modeling with mixture outcomes using the EM algorithm. *Biometrics*, 55, 463-469.
- Muthén, L., & Muthén, B. (2002). How to use a Monte Carlo study to decide on sample size and determine power. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 4, 599-620.
- Muthén, L., & Muthén, B. (2013). *Mplus (Version 7)*. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.
- Raudenbush, S. W., & Bryk, A. S. (2002). *Hierarchical linear models: Applications and data analysis methods*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc.
- Steiger, J. H., & Lind, J. C. (1980, May). *Statistically-based tests for the number of common factors*. Paper presented at the annual Spring meeting of the Psychometric Society, Iowa City, IA.
- Team, R. D. C. (2014). *R: A language and environment for statistical computing [Computer software manual]*. Vienna, Austria. Retrieved from <http://www.R-project.org>
- Tournagneau, K., Nord, C., Lê, T., Sorongon, A. G., & Najarian, M. (2009). *Early childhood longitudinal study, kindergarten class of 1998-99 (ECLS-K), combined user's manual for the ECLS-K eighth-grade and K-8 full sample data files and electronic codebooks (NCES 2009-004)*. National Center for Education Statistics, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education, Washington, DC.
- von Soest, T., & Hagtvet, K. A. (2011). Mediation analysis in a latent growth curve modeling framework. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 18(2), 289-314.
- Wu, W., West, S. G., & Taylor, A. B. (2009). Evaluating model fit for growth curve models: Integration of fit indices from SEM and MLM frameworks. *Psychological Methods*, 14(3), 183-201.

1차원고접수 : 2015. 03. 11.

수정원고접수 : 2015. 05. 25.

최종게재결정 : 2015. 06. 04.

Determining sample size requirements in Latent Growth Models

Su-Young Kim

Hye-Eun Seok

Ewha Womans University

Recently, latent growth models (LGMs) have been widely used in education or psychology for analyzing behavioral change over time. Although there have been a plethora of methodological research for the last couple of decades, required sample sizes for the model under various conditions still remains unclear for most substantive researchers. The present study carried out a series of Monte Carlo simulations with three mostly used types of LGM and tried to provide general guidelines for minimum required sample sizes for accurate estimation. According to the results, larger sample sizes were required when the number of measurement occasions were small, when missing responses were present, and when a binary outcome variable was included in the model. In particular, when the complex conditions were combined, very large sample sizes were required showing interactions between those conditions. Additionally, we discovered that quadratic growth models required remarkably larger sample sizes compared to linear or lambda-estimated growth models with minimal number of time points. Finally, we discussed how to apply the simulation results to determining appropriate sample sizes in practical situations.

Key words : Latent growth model, Quadratic latent growth model, Sample size, Simulation