韓國心理學會誌
*Korean Journal of Psychology*
1992. Vol. 11. No. 1, 1-23

# 공변량 구조분석의 동치모델*

이 순 묵

충북대학교 심리학과

공변량 구조분석은 1980년 이래로 사회과학 분야에서 사용하고 있는 가장 위력있는 자료 분석 방법 중의 하나이다. 그러나 모든 것이 완벽할 수는 없는 것처럼 공변량 구조분석도 역시 마찬가지다. 공변량 구조분석의 문제중 동치성(model equivalence)에 대한 본격적 연구는 시작된 지가 오래되지 않았다. 동치모델들은 상이한 경로도형을 가지며 상이한 해석을 제공하지만 수학적으로는 구분할 길이 없다. 즉 자료분석의 결과만 가지고는 동치모델들을 구별할 수 있는 방법이 없다. 本 연구에서는, 주어진 모델에 대한 동치모델을 유도하는 JID 방식을 소개하고 있다. JID 방식에 의하면, 포화되는(saturated, just-identified) 블록내에서는 포화가 유지되는 한 어떻게 모델을 수정해도 그 수정된 모델들은 원 모델에 대한 동치모델이 된다. 이 방식은 이론모델부분에 대해서는 Lee와 Hershberger (1990)가 제시한 대체법의 상당부분을 흡수포함하면서 한편 대체법이 설명할 수 없는 부분들, 즉 수정되는 블록내에서 쌍방적 모델이 되도록해도 동치모델이 유도될 수 있으며 측정모델부분에 대해서까지 동치모델을 유도할 수있는 장점이 있다.

공변량 구조분석은 1980년 이래로 사회과학분야에서 사용하고 있는 가장 위력있는 자료분석 방법중의 하나이다. 우리나라에서도 이미 이 방법론에 대한 소개가(예: 이순묵, 1990) 있었고, 많은 응용논문들이 간호학(예: 구미옥, 1992; 양영희, 1992), 경영학(예: 박경환, 1992; 박치관, 1991), 교육학(예: 김현정, 1992) 및 심리학(예: 황대순, 1992)에서 발표되고 있다. 공변량 구조분석은 여러가지 다른 이름으로 불린다. 예컨데, covariance structure analysis, covariance structure modeling, simultaneous equation modeling, path analysis, structural equation modeling, causal modeling, 등이 있는데, 이글에서는 공변량 구조분석을 covariance structure modeling의 약자인 CSM을 써서 지칭하기로 한다. 어느 방법론도 완벽한 것은 없지만, CSM도 역시 마찬가지다. CSM의 문제중 동치성(model equivalence)에 대해서 주의를 기울인 사람은 지금까지 몇 사람(예: Bentler & Chou, 1987; Duncan, 1969; Lee와 Hershberger, 1990; Stelzl, 1986)에 불과하다. 동치모델들은 상이한 경로도형을 가지며 상이한 해석을 제공하지만 수학적으로는 구분할 길이 없다. 즉, 자료분석의 결과만 가지고는 동치모델들을 구별할 수 있는 방법이 없다.

경험연구에서 모델의 동치성을 모르는 경우, 대안적인 여러 모델들 중에 가장 부합도(degree of fit)

*) 본 논문은 1991년도 교육부 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음

가 높은 모델이 내용적으로도 가장 적합한 (plausible), 즉 최적의 모델로 잘못 간주될 수 있다. 부합도는 수학적 개념이고 모델이 적합한 정도 (plausibility)는 내용적 개념이다. 주어진 자료를 설명하는 모델들 가운데 수학적으로 부합도가 제일 좋다는 것과 내용적으로 제일 적합하다는 것과는 구분되어야 한다. 최적의 모델은 동치모델 중에서 주어진 자료를 수학적으로 가장 잘 설명하면서 내용적으로도 적합한 모델이다. 물론 최적의 모델은 자료가 충분히 많을 때 높은 부합도를 가지는 것이다. 그러나 그와 같은 정도의 부합도를 가지는 많은 모델들 중에는 내용상 적합하지 못한 모델도 많은 것이다. 따라서 부합도가 높은 어떤 한 모델에 대한 동치모델들이 없음이 확인되어야 그 모델은 최적의 모델이 되는 것이다.

동치모델을 정의하면 다음과 같다. 어떤 모델이 있을 때 그 모델이 산출하는 것과 동일한 재생산 공변량 행렬[1] (estamates of population covariance matrices, reproduced covariance matrices) 또는 줄여서 '재생산 행렬'을 산출하는 여러개의 대안적 모델들이 존재한다. 이들 모델들을 동치모델이라 하며 이들은 주어진 자료에 대해 동일한 정도의 부합도를 보인다. 이와 같은 내용은 CSM의 여러 표준적인 저술에 이미 잘 소개되어 있다(Bentler, 1980; Duncan, 1969, 1975; Heise, 1975; James, Mulaik, & Brett 1982; J reskog & S rbom, 1981; Kenny, 1979). 여기서 우리가 주목할 것은 동치모델간에 동일한 부합도를 보이는 것은 모델의 동치성에서 비롯되는 필연적인 결과이지만 부합도가 같다고 해서 반드시 두 모델이 동치(equivalence)라고는 할 수 없다. 때때로 두 모델이 가지는 부합도는 계산상의 반올림 때문에 동일하게 보일 수 있다. Luijben(1988)은 부합도가 같은 두 모델이 동치모델이 되기 위한 조건을 제시하고 있다.

모델의 동치성은 경험 연구자들에게 중요한 시사점을 제공한다. 자세한 내용은 Lee(1987)의 글에서 제시되고 있으나 간단히 요약하면, 경험연구자가 수집한 자료에 대해 부합도가 높은 모델을 구했을 경우 그것으로 만족하지 말고 그 모델에 대한 동치모델들을 구해서 내용적으로 평가해보고 과연 그 모델이 최적의 모델인지를 확인하는 것이 바람직하다. 만일 동치모델들이 원래 연구자가 개발한 모델보다 덜 적합하다면 그 모델에 대한 지지도가 높아지는 것이고, 동치모델들 중 원래 모델에 비해 더 적합하거나 이론적으로 대등한 모델들이 발견되면 이론개발에 있어 새로운 지평을 여는 셈이다.

이 글에서는 동치모델을 개발하는 한 방식 — JID 방식 — 에 대한 유도를 하고 그 방식을, 실제로 학술지에 발표된 모델에 적용해서 여러가지 동치모델이 만들어짐을 보이고자 한다.

## 모델동치성에 대한 문헌연구

### 내용 및 정의

CSM을 수학적으로 표현하는데 여러가지 방식이 있다(예: Bentler & Weeks, 1980; J reskog, 1974, 1977; McArdle & Mcdonald, 1984; Mcdonald, 1978). 그러나 어떤 방식이건 상관없이 동치모델은 한 가지로 정의된다. 측정변수간의 표본공변량 행렬 (sample covariance metrix)인 S가 있을때 이 S안에 있는 변량(VARIANCE)과 공변량(COVARIANCE)의 값들은 모델內 특징수(parameter)간의 수학적 관계를 나타내는 함수式으로 표현된다. 이러한 함수式들을 CSM에서의 정규방정식 (Duncan, 1975)이라고 부른다. K개의 측정변수에 대해서 K(K+1)/2개의 정규방정식이 존재한다. 이 방정식에 들어 있는 미지수들은 방정식들을 풀어서 구해진다. 이들 미지수들의 값들을 방정식내 해당 특징수 (parameter)의 위치에 다시 넣으면 모델에 의해서 추정되는, 측정변수간 변량및 공변량의 행렬이 구해진다. 이러한 행렬을 재생산공변량 행렬 (또는 재생산 행렬)이라고 하며 여기서는 Ε로 표시

1) CSM을 계산하는데 가장 많이 쓰이는 LISREL 프로그램의 출력에서 "Fitted Covariance Matrix"의 이름으로 주어지는 것이 바로 이것이다.

하기로 한다. 주어진 자료에 대해서 동일한 E를 산출하는 모델들은 모델內에 상이한 인과관계 표시에도 불구하고 동치모델로 정의된다(Jôreskog & Sôrbom, 1981; Stelzl, 1986).

그런데 "원칙적인 동치"와 "경험적 동치"를 구분함으로써 Jôreskog와 Sôrbom(1981) 및 Stelzl(1981)의 정의를 보완할 수 있다. 입력자료에 무관하게 어떤 모델과 동일한 E를 산출하는 동치모델의 집합이 있는데 이런 종류의 동치를 "원칙적인 동치"라고 한다. 어떤 모델들은 특정의 자료에 적용될 때만 동일한 E를 산출한다. 이런 종류의 동치는 모든 자료에 일반화될 수 없고 특정의 자료에 대해서만 발생하는 동치이므로 '경험적 동치'로 부른다. 이 글에서는 '원칙적 동치'에 대해서 논의하는 것이 주목적이며, 글의 끝부분에 가서 '경험적 동치'에 대한 논의를 간단히 제공하고자 한다.

CSM을 응용하는 각 단계에서 모델의 동치가 시사하는 점을 논의할 수 있다. 가설개발 단계, 모델찾기를 하는 단계에서, 모델찾기의 마지막 단계에서, 또는 최종적으로 모델을 수용하는 단계에서 모델의 동치가 발생할 수 있다. 우선, 가설개발 단계에서 여러가지 대안적인(또는 경쟁적인) 모델들이 사전에 설정되는데 이들 중 몇개가 동치모델이 될 가능성이 있다. Lee와 Hershberger(1990)의 대체법(replacing rule)을 사용하면 어떤 모델들이 동치모델인지 알아낼 수 있다. 물론 Stelzl(1986)의 4가지 법칙을 사용해도 되지만, 그 법칙들은 이미 Lee와 Hershberger의 대체법에 흡수 포함되었으므로 굳이 사용할 필요는 없다. 흔한 일은 아니겠지만 사전(事前)에 설정된 경쟁모델들이 모두가 동치모델일 경우에는 자료수집은 전혀 무의미하다(Stelzl, 1986).

모델찾기를 하는 단계에서 LISREL프로그램의 추가지수(modification index)가 두개이상의 고정특징수 또는 제약특징수에 대해서 동일한 값을 가지게 되면 그들 특징수를 하나씩 자유화(free)시킴으로써 동치모델이 만들어 진다. 이렇게 해서 얻어진 동치모델은 원칙적 동치모델일 수도 있고 경험적 동치 모델일 수도 있다.

모델찾기의 마지막 단계에서 연구자는 최적의 모델에 도착한 것이 아니고 변수간 관계구조가 다른, 그러나 수학적으로는 구분이 안되는, 동치모델에 도달했을 경우가 있다. 즉 동치모델들은 부합도(degree of fit)에 의해서 우열을 가릴 수가 없다 — 부합도가 같으므로. 그러나 동치모델들은 상이한 경로 도형을 가지므로 내용상 다른 이론이다. 따라서 그들의 내용을 해석해서 우열을 가려내어 가장 적합한 모델을 고른다.

경험연구에서 동치모델의 발생은, 가설개발 단계에서 얻은 모델들에 대해서는 물론, 모델찾기를 통해서 최종적으로 얻어진 모델에 대해서도 동치모델을 유도하기 위한 규칙(자료분석에 무관하게 적용되는 규칙이므로 사전적 규칙이라고 부른다)을 필요로 한다. 여기에 대해서 Stelzl(1986)은 4가지 규칙을 제시하였고 Lee와 Hershberger (1990)가 그 4가지를 하나의 규칙(대체법, replacing rule)으로 정리하였다. 여기서는 Lee와 Hershberger의 대체법을 소개하고 그 한계를 논의한 후 그 한계를 보완하기 위한 방법으로 JID 방식을 제안하고자 한다.

## 대체법

CSM에는 두가지 부분모델이 있는데, 하나는 이론구조모델(structural model)이고 다른 하나는 측정모델(measurement model)이다. 전자는 이론변수간의 관계구조를 나타내는 모델이고 후자는 각 이론변수가 어떻게 측정되는가에 대한 모델이다. Lee와 Hershberger의 대체법은 공변량 구조모형의 이론구조모델에만 적용된다. 따라서 대체법에서는 측정모델이 알려져 있고 또한 고정된 것으로 가정하고 진행하게 된다. 즉 이 규칙의 적용에 있어 '모델'이라고 하면 곧 이론구조모델 또는 줄여서 이론모델을 가리킨다.

이론모델의 모양을 크게 두가지로 분류하면, 일방모델(recursive model)과 쌍방모델(non-recursive model)로 나뉘어진다. 전자는 모델내 경로, 즉 화살표의 방향이 모두 왼쪽에서 오른쪽으로 일방적으로 향하는 경우이고 후자는 이론 변수간에 영향을 서로

주고 받을 수 있는 경우이다. 어느 경우든지 외생변수 (exogenous variable, latent indepent variable) 간에는 쌍두곡선(⌒)이 있거나 없거나 하게 된다. 대체법을 적용하기 위해서는 모델내에 "제한된 블록 일방성"을 요구한다. 블록이란 방정식의 집합 또는 방정식들로 표시되는 부분을 의미한다. 여기서 블록 일방성(block-recursiveness)이라는 용어는 계량경제학에서 "block-recursive equation system"이란 용어 (예:Kmenta, 1971; Pindyck, 1981)와 같은 의미이다.

경로도형에서 블록일방모델(block-recursive model)은 각 블록내의 변수간의 관계가 일방적(recursive)이든 쌍방적(non-recursive)이든 간에 블록간의 관계는 일방성(recursiveness)을 유지하는 모델이다. 어떤 모델이든 블록 일방성(recursiveness)을 정의할 수 있으므로, 모델은 블록간에 일방성 관계에 있는 세개의 블록으로 나누어 볼 수 있다: 선행블록, 관심블록, 후행블록. Lee와 Hershberger의 글에서 관심블록은 대체법을 적용시키는 블록을 의미한다. 선행블록이나 후행블록내의 변수간 관계는 일방모델이나 쌍방모델이다. 단지 관심블록에서의 모델은 반드시 일방모델이라야 대체법을 적용 시킬 수 있다. 즉, 관심블록내에 있는 내생변수들은 다른 변수들로 부터 일방적인 화살표를 받거나 그렇지 않으면 잔차변수(residual)간에 상관관계가 있어야 한다. 그러나 어느 두 내생변수 사이에 화살표도 있으면서 그들의 잔차변수간에 상관관계가 있어서는 안된다. 관심블록내에서의 이러한 제한사항 때문에 '제한된 블록 일방성'이라고 부른다.

X→Y의 관계에서 화살표 왼쪽의 변수를 원인변수, 화살표 오른쪽의 변수를 결과변수라고 부르자. Ux와 Uy는 X와 Y의 잔차변수를 나타낸다. 관심블록이 있고 그래서 "제한된 블록일방성"이 성립하면 대체법은 다음과 같이 정의된다: 관심블록내의 직접경로, 예컨데 X→Y가 있을 때 선행블록에서 Y로 가는 화살표를 가지고 있는 예측변수들이 X에 대한 예측변수들 (물론 선행블록에서 X로 가는 화살표를 지닌 변수들)과 같거나 적어도 그들을 포함할 경우 X→Y를 Ux ⌒ Uy 즉, X와 Y의 잔차변수간 상관관계로 대체함으로써 동치모델이 된다. 이것을 역으로 시도해도 역시 동치모델을 생산 한다: 제한된 블록 일방성이 성립하는 관심블록에서 두 잔차변수간의 상관관계(Ux ⌒ Uy)는 X, Y간 직접경로로(X→Y 또는 X ←Y) 대체되므로써 동치모델이 산출된다. 이때 X→Y가 될 것인지 X←Y가 될 것인지의 선택은, 일단 바꾸어 놓은 후에 결과변수의 예측변수(물론 선행블록內에 있는)가 원인변수의 예측변수 보다 같거나 포함하도록 이루어 진다.

이 대체법의 통상적인 응용은 물론, 특수한 응용은 상당히 유용하다. 특수한 응용은 관심블록이 선행블록 다음에 오면서 대칭인 경우와 관심블록이 포화(saturated, just-identified) 되는 경우이다. 관심블록이 포화될 경우는 실제로 선행블록이 없으면서 대칭이 되는 경우이다. 먼저 관심블록이 '대칭'이란 무엇인지를 정의하고 포화된 블록, 즉 JID블록에 대해서 정의하기로 한다. 관심블록이 대칭되는 경우는 관심블록내 원인변수와 결과변수가 선행블록에 동일한 예측변수를 가지는 경우이다. 이때 두 변수간의 화살표 방향을 임의로 바꿔도 되고 화살표 대신에 잔차변수간의 상관관계로 바꾸어도 된다.

JID블록은 블록이 포화되는 경우인데, 그런 경우는 모델의 왼쪽 시작하는 곳에 있는 몇개의 변수가 하나의 블록이 되어 그 블록내에 의미있는 모든 특징수가 자유특징수(free)로서 명시되며 간명함(parsimony)이 전혀 없다. 이러한 JID블록에 대체법을 적용하려면 역시 '제한된 블록 일방성'이 성립해야 한다. 즉 JID블록의 앞에 선행블록은 없지만 후행블록과의 관계에 있어 일방성이 있어야 하고, JID블록이 관심블록이 되려면 블록내 일방성이 성립해야 한다. 블록내에서 일방성이 있는 JID블록은 통상적으로 변수들간의 직접경로 또는 잔차변수간 상관관계에 의해 빠짐없이 연결되기만 하면 된다. 그럴 경우 JID블록은 실질적인 선행블록이 없으므로 이 블록내의 원인변수와 결과변수는 모두가 선행블록에 동일한 예측변수를 가지는 셈이다. 즉 대칭이 된다. 따라서 JID블록이 관심블록이 될 경우 당연히 모든

변수간의 직접경로는 방향을 임의로 하거나 잔차변수간 상관관계로 대체함으로써 동치모델이 유도된다. 또한 대체법을 이미 응용해서 유도된 동치모델에 다시 연속적으로 대체법을 응용하면 처음모델에서는 유도할수 없었던 동치모델을 많이 유도하게 된다.

그러나 이 대체법의 한계는 다음과 같은 두가지로 지적될 수 있다.

(1) '제한된 블록 일방성'의 가정 때문에 관심블록 내에서는 반드시 일방성이 성립해야 한다.

(2) 이론모델에 대한 적용만이 가능하다.

본 연구에서의 목적은 이러한 두가지 제한점을 보완하는 "JID방식"을 제안하는데 있다.

## JID 방식

Lee와 Hershberger의 대체법은 Stelzl의 4가지 규칙을 흡수 포함한 것이지만 본 연구에서의 JID방식(just-identification approach)은 기존의 대체법이 설명하지 못하는 부분을 설명한다. 즉 JID 방식의 적용대상이 되는 블록에서는 '제한된 블록 일방성'이 필요없으며, 또한 이론모델뿐 아니라 측정모델에서도 적용가능하다. JID방식을 다음과 같이 정의한다: '블록간에 일방성이(RECURSIVENESS)이 성립될 때, 즉 어떤 블록의 JID (just-identification의 약자)특성이 유지되는 한 JID블록내의 관계를 임의로 변화시킴으로써 동치모델을 유도할 수 있다.'

여기서 블록의 JID특성이란 블록내의 모든 특징수(paramater)에 대해 단 한가지 방식으로 유일한 값이 결정되는 경우를 말한다. 그 블록내의 미지수의 값을 계산해 내는데 많지도 적지도 않은 꼭 필요한 만큼의 정보가 있어 그 블록에 대한 정규방정식을 풀면 선형대수(LINEAR ALGEBRA)에서 유일한 해(solution)가 존재하는 경우처럼 풀리는 것을 말한다.

그러면 JID블록 내의 경로도형이 아무리 변해도 JID특성이 유지되는 한 그 블록내에 있는 변수간의 variance/covariance자료는 정확하게 동일한 값으로 재생산된다. 따라서 JID블록을 포함하는 전체모델의 E역시 경로도형과 관계 없이 변하지 않는다. 즉 모델의 동치성이 유지된다. 이것은 JID블록이 후행블록에 대해서는 선행블록이 되며, 선행블록내의 인정(identification) 및 특징수 계산의 문제는 후행블록에 있는 변수를 포함시키지 않고 이루어지기 때문이다(Kmenta, 1971, p.538 및 Heise 1975, p.157참조). 마찬가지로, 후행블록의 방정식들을 푸는데 선행블록 내의 관계구조의 다양함에 관계없이 단지 선행블록내의 변수간 공변량과 변수들의 변량만을 사용하게 된다. 따라서 JID블록안에서 관계구조가 아무리 변해도 변수간 covariance와 변수들의 variance만 유지되면 전체모델의 인정 및 특징수 계산의 문제에 아무런 영향을 미치지 않는다. 그러면 동치모델의 유도를 위해서, 이론(구조)모델에서 JID블록의 변형과 측정모델을 포함한 JID블록에서의 변형을 보기로 한다.

## 이론모델에서의 JID블록에 대한 변형

### JID블록의 예

주어진 모델이 그림 1과 같을 때 그에 대한 JID블록 및 후행블록은 그림 2와 같다.

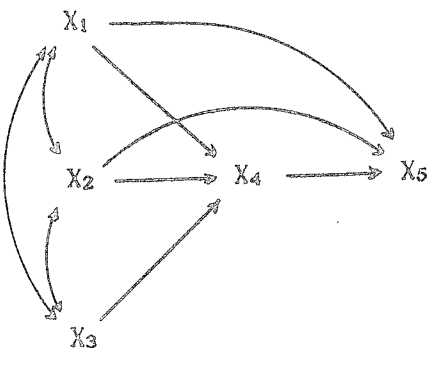
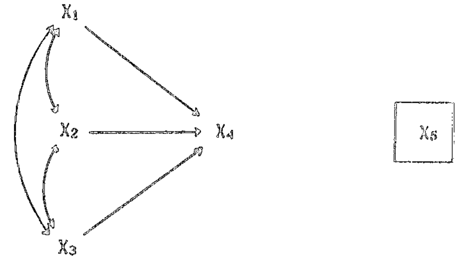



그림 1. 일방성 모델(recursive model)


〈세 변수간 JID블록〉 〈후행블록〉




〈네 변수간 JID블록〉 〈후행블록〉

그림 2. 그림 1의 모델에 대한 JID블록 및 후행블록

그림 2에서 3개 변수내지 4개 변수간의 JID블록을 보이고 있다. 그림 1은 일방모델(recursive)의 경우지만 쌍방모델(non- recursive)에 대해서도 역시 JID블록과 후행블록을 정의할 수 있다. 그림 3은 쌍방성 모델을 그림 4는 그에 대한 JID블록및 쌍방적인 후행블록을 보여주고 있다.

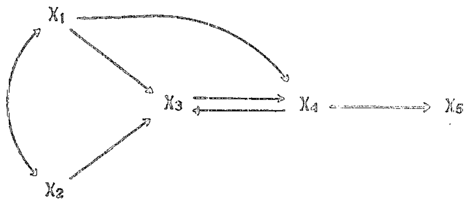
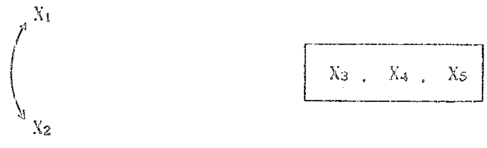



그림 3. 쌍방성 모델(Non-recursive model)




〈JID블록〉 〈후행블록〉

그림 4. 그림 3의 모델에 대한 JID블록 및 후행블록의 정의

그림 2와 그림 4에서의 JID블록을 보면 모두가 일방성을 유지하고 있는 JID블록들이다. 이들 JID블록은 모델의 왼쪽에 위치하며 그 안의 변수들은 직접경로 또는 잔차변수간 상관관계(쌍두곡선으로 표시)에 의해 빠짐없이 연결되어 있음을 볼 수 있다. 그러면 이러한 JID블록을 또다른 JID블록으로 만드는 것을 보기로 한다.

### 일방성이 유지되는 JID블록 만들기

이 작업은 Lee와 Hershberger(1990)의 대체법을, 선행블록이 없으면서 대칭인 관심블록에 대해서 적용하는 것과 같다. 이때, 어떤 직접경로든 방향을 임의로 바꾸거나 잔차변수간의 상관관계로 대체한다. 또는 역으로 잔차간 상관관계는 임의 방향의 직접경로로 대체한다. 물론 JID블록은 모델이 시작하는 부분이므로 적어도 하나의 외생변수는 있도록 해야 할 것이다. 즉 JID블록內 다른 어느 변수로부터도 화살표를 받지 않는 변수가 적어도 하나 정도는 있도록 해야할 것이다. 이러한 예는 그림 5에 주어져 있다.

### 쌍방성의 JID블록 만들기: 3변수의 경우

우선 변수가 3개일 때의 예를 보이고 그러한 쌍방성의 JID블록을 만드는 논리를 설명하기로 한다. 만일에 그림 6과 같은 일방성의 JID블록이 있으면 그림 7과 같이 다양한 쌍방성의 JID블록을 만들 수 있다.

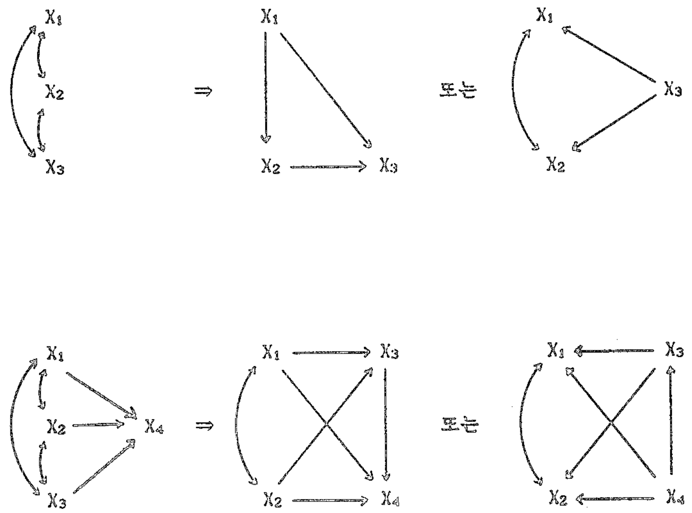



그림 5. 일방성의 JID블록을 일방성의 JID블록으로 바꾸기

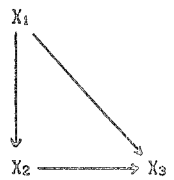



그림 6. 일방성의 JID블록

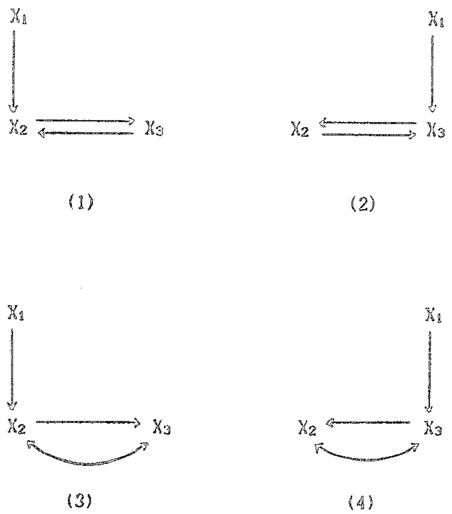



그림 7. 세변수간 쌍방성의 JID블록

쌍방성의 JID블록을 만드는 방법은 3단계로 설명된다.

1 단계: 그림 6에서의 내생변수에 외생변수로 부터 오는 직접경로 즉, 화살표중 하나를 끊는다.

2 단계: 끊어진 화살표를 다른 직접경로에 붙여서 쌍방관계를 만든다. 이때 1 단계에서 끊어진 직접경로에서, 끊어지기 전에 원인변수였던 변수가 이 쌍방관계를 인정받기(identification) 위한 도구변수(instrument variable)가 되도록 해야한다. 이것은 그 쌍방관계에 들어있는 특징수(parameter)들이 인정(identification)되는 데는 도구변수가 있어야 하기 때문이다. 그림 7의 (1)과 (2)에서 $X_1$은 블록내의 쌍방관계를 인정받게 하는 도구변수이다. 여기서 인정이라 함은 어떤 관계內의 특징수가 유일한 값으로 추정내지 결정될 수 있는 성질을 말한다.

도구변수(Heise 1975, p.160-170 참조)라 함은 쌍방관계가 인정받는데 필요한 변수들로서 아래와 같이 정의 된다.

정의 A: Y와 Z간의 쌍방관계에서 변수 X는 Y Z를 인정받기 위한 도구(instrument)가 되기위해서 다음의 조건을 만족시켜야 한다.

(a) X는 Z에 직접경로가 없다.

(b) X는 직접경로를 통해서 Y에 영향을 미치거나, 또는 Z에 직접경로를 가지지 않는 다른 변수를 통해서 간접적으로 Y에 영향을 가진다.

(c) Y나 Z 는 X에 직접 또는 간접의 효과를 가지지 않는다.

(d) 어떤변수도 X와 Y에 동시에 영향을 가지지는 않는다. 그리고, 통상 X 는 Z 의 잔차변수에 어떠한 관계도 가지지 않는다.

정의 B: Y와 상관관계를 지니는 변수 X′가 있어서 정의 A에서의 (a), (c), 및 (d)를 만족시키면, 이 X′는 쌍방관계에 있는 Y와 Z에서 Y→Z 관계를 인정하는 데 필요한 도구변수가 된다.

CSM에서 도구변수가 가지는 의미는, 어떤 변수간의 관계가 CSM의 한부분으로서 인정 (identification)받기 위해서 필요한 정보를 증가시키는 데 있다. 물론 도구변수를 추가함으로써 미지수들이 증가하지만 그것들을 계산하는데 필요한 정보는 물론, 추가적인 정보(variance, covariance들이 바로 정보이다)를 수반한다.

이러한 추가적인 정보는 "쌍방관계 중 어느 하나의 관계, 예컨데 Y와 Z사이에 있는 → 와 ← 중 어느 한 관계에 대해서만 도구변수가 주어져도 발생한다 (Heise, 1975, p.167)." 그런데 "도구변수의 효과는 도구변수로 부터 나가는 화살표를 받는 변수와의 관계가 일방성(recursiveness)일 때만 정확히 분석(Heise, 1975, p.167)" 된다. 그림 7 의 (1)은 $X_2$와 $X_3$의 쌍방관계에서 $X_2$ $X_3$이라는 한 관계에 대해서 $X_1$이라는 도구변수가 진입하고 있고 그림 7의 (2)에서는 $X_2$ $X_3$이라는 한 관계에 $X_1$이 도구변수로서 진입하고 있다. 결론적으로 "하나의 쌍방관계에서[2] 원인변수가 되는 변수에 하나의 도구변수가 연결되어 있으면 그 관계는 원칙적으로 인정된다 (Heise, 1975, p.177)."

그림 7 의 (3)에서 $X_2$ $X_3$의 두 변수간 관계만 있을 경우라면 JID인데, $X_2$ $X_3$라고 하는 직접경로가 추가되어 $X_2$와 $X_3$간의 쌍방관계가 된다.[3] 이 쌍방관계는 JID가 되지 않고 오히려 정보가 모자르는 관계이다. 즉, 정보는 셋(두 변수 각자의 변량, 두 변수간 공변량)인데 미지수는 네개가 된다 ($X_1$, $X_2$의 변량 및 둘 사이의 경로계수 및 잔차간 상관). 그런데 $X_2$ $X_3$의 관계에서 원인변수 $X_2$로 진입하는 도구변수 $X_1$이 있게되면 이 관계는 원칙적으로 인정(identification)이 된다. 이때 도구변수 $X_1$으로 인하여 발생하는 미지수는 2개($X_1$의 variance, $X_1$ $X_2$의 경로계수)인데 정보는 3개($X_1$의 variance, $X_2$와의 covariance, $X_3$와의 covariance)이므로 정보의 純증가가 있어서 $X_2$에서 $X_3$으로 가는 경로계수를 계산하는데 꼭 필요한 만큼의 정보를 제공하여 결국 $X_1$, $X_2$, 및 $X_3$의 관계는 JID가 된다. 그림 7 의 (4)의 경우도 같은 방식으로 이해된다. 또한 그림 7 의 (1)과 (2)도 $X_2$와 $X_3$ 사이의 쌍방관계에 있어서 $X_2$ $X_3$ 또는 $X_2$ $X_3$ 중 어느 한 관계에 $X_1$이라는 도구변수를 연결해 줌으로써 JID를 이룬다.

### 쌍방성의 JID블록 만들기 : 4변수

그림 7 에서와 같이 3변수간의 JID가 만들어지는 논리는 4 변수의 경우에도 적용된다. 즉 4개의 변수가 그림 8의 기초모형과 같이 JID블록을 이룰때 그 중 어느 세개의 변수를 골라서 그림 6에 있는 JID블록의 그림으로 보면 그 부분을 그림 7의 어느 부분으로도 바꿀 수 있다. 그림 8에는 기초모형 외에 8개의 JID블록이 있는데 이 8개의 그림 밑에 쓰인 세 변수를 중심으로 그림 6의 모양이 되는 조그만 JID블록으로 볼 수 있고 나머지 한 변수는 후행블록으로 볼 수 있다.

---

2) 쌍방관계라고 하면 두 변수 Y, Z 간에 Y ↔ Z인 경우도 있지만, Y와 Z간에 일방화살표가 있고 두 변수의 잔차변수간에 상관계수가 있을 경우도 포함된다. 그래서 전자의 경우는 Y와 Z가 서로 원인변수이지만 후자의 경우는 원인변수가 될 수 있는 변수가 하나이다.

3) 또는 $X_2 \rightarrow X_3$의 관계에 두 변수의 잔차변수간 상관이 도입되어 쌍방관계가 될 수도 있다.

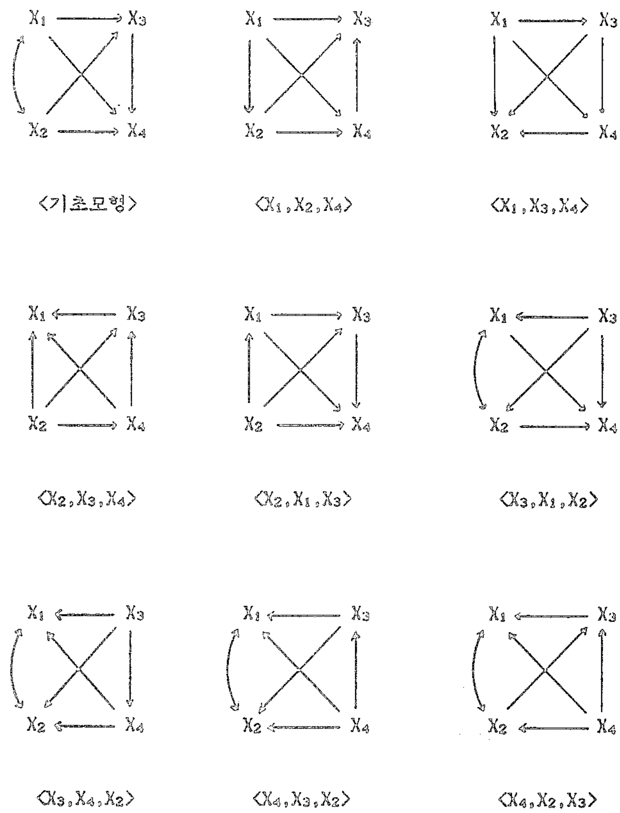



그림 8. 네개의 변수로된 일방성의 JID블록

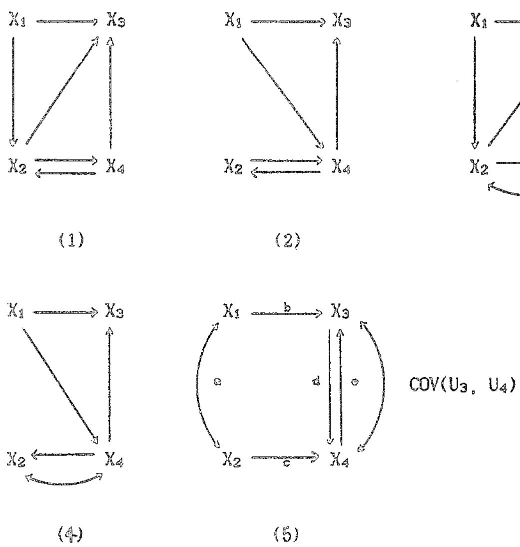



그림 9. 네개의 변수로된 쌍방성의 JID블록

그림 8의 ($X_1, X_2, X_4$)에 대한 JID블록을 그림 7에서와 같이 쌍방성의 블록으로 바꾸면 그림 9 의 (1), (2), (3), 및 (4)와 같다.

그림 9의 (5)는 특수한 경우이기는 하나 정규방정식을 풀어보면 JID블록이 됨을 알 수 있다( Heise 1975, p.170, 그림 5.14와 실질적으로 같은 모양임). 여기서 $X_3$과 $X_4$사이에는 쌍방관계가 하나가 아니다. 즉 →, ←, ⌒의 관계가 겹쳐 있고 이러한 쌍방관계를 인정(identification)받기 위하여 $X_1$과 $X_2$의 도구변수가 연결되어 있다고 할 수 있다. 참고로 그림 9 의 (5)에 대한 구조방정식은 아래의 방정식 (1) 및 (2)와 같다.

$X_3 = bX_1 + eX_4 + U_3$ ··· (1)

$X_4 = cX_2 + dX_3 + U_4$ ··· (2)

여기서 U 는 잔차변수를 의미한다.

위의 구조식 (1)과 (2)에서 다음과 같은 정규방정식이 유도된다.

$\sigma 12 = a$

$\sigma 31 = b\sigma 11 + e\sigma 41$　　$\sigma 41 = c\sigma 21 + d\sigma 31$

$\sigma 32 = b\sigma 21 + e\sigma 42$　　$\sigma 42 = c\sigma 22 + d\sigma 32$

$\sigma 33 = b^2\sigma 11 + e^2\sigma 44 + 2be\,\sigma 14 + VAR(U3)$

$\sigma 44 = c^2\sigma 22 + d^2\sigma 33 + 2cd\,\sigma 23 + VAR(U4)$

$\sigma 34 = bc\sigma 21 + de\,\sigma 43 + bd\sigma 31 + ce\,\sigma 42 + COV(U3, U4)$

위의 정규방정식을 풀면 미지수 a, b, c, d, e, VAR(U3), VAR(U4), COV(U3, U4) 가 JID되는 것을 볼 수 있다.

## 5개이상의 변수로 이루어지는 JID블록의 변형

5개 이상의 변수간 관계가 JID블록으로 정의될 수 있는 경우는 결코 흔하지 않으나 설사 그런 경우가 있다 해도 역시 4개의 변수로 이루어지는 JID블록의 경우와 마찬가지로 3변수간 JID블록을 정의해서 또 다른 일방성 또는 쌍방성의 JID블록으로 변형시킨다. 또는 4개의 변수로 이루어지는 JID블록을 정의해서 그 부분에 대하여 그림 8 및 그림 9의 모양으로 변형할 수 있다.

## 측정모델을 포함한 JID블록에 대한 변형

지금까지는 이론모델에 대해서만 JID블록을 논의하였으나 측정모델까지 포함할 경우에도 JID블록을 만들 수 있다.

그림 10의 (1)과 (2)는 측정모델을 포함한 JID블록을 보여준다. 이 두 JID블록에서 $Y_2$의 위치가 서로 다르다.

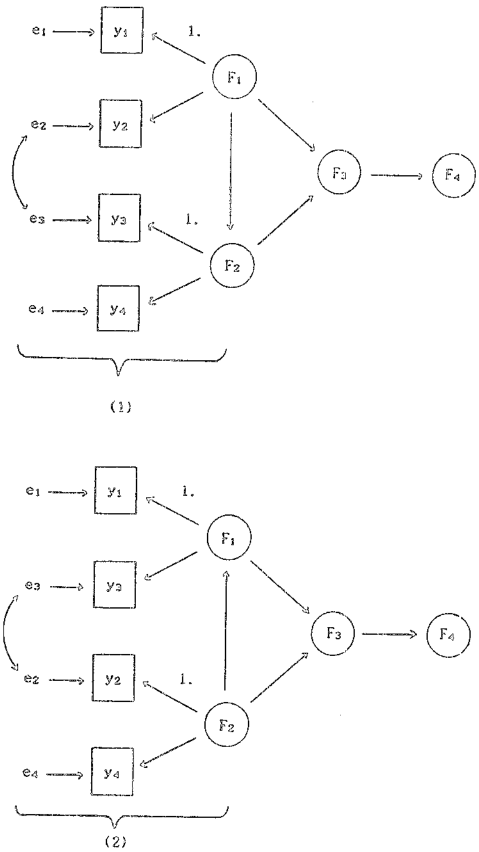



그림 10. 측정모델을 포함한 JID블록

측정모델까지 포함된 부분이 JID되는 경우는 흔하지 않겠으나 그림 10과 같은 경우 $Y_2$라는 척도가 과연 $Y_1$과 같은 개념인지 $Y_4$와 같은 개념인지 내용적으로 구분하는 수 밖에 없다.

## JID방식의 반복 사용

Lee와 Hershberger의 대체법에서도 마찬가지지만 일단 JID방식을 연속적으로 적용하면서 처음에는 예상하지 못했던 새로운 동치모델을 얻을 수 있다. 즉 모델인정의 문제가 매번 JID방식을 사용할 때마다 바뀌기 때문에 처음에는 JID블록이 아니었던 변수간 관계가 나중에는 JID블록이 되는 관계로 바뀔 수 있다. 그림 11의 (1)은 원래의 JID블록을 보여주고 여기에 JID방식을 사용해서 얻어진 (2)에서는 두개의 JID블록이 있으며, 여기에 다시 JID방식을 적용하여 (3)과 같은 전혀 색다른 동치모델이 얻어짐을 보여주고 있다.

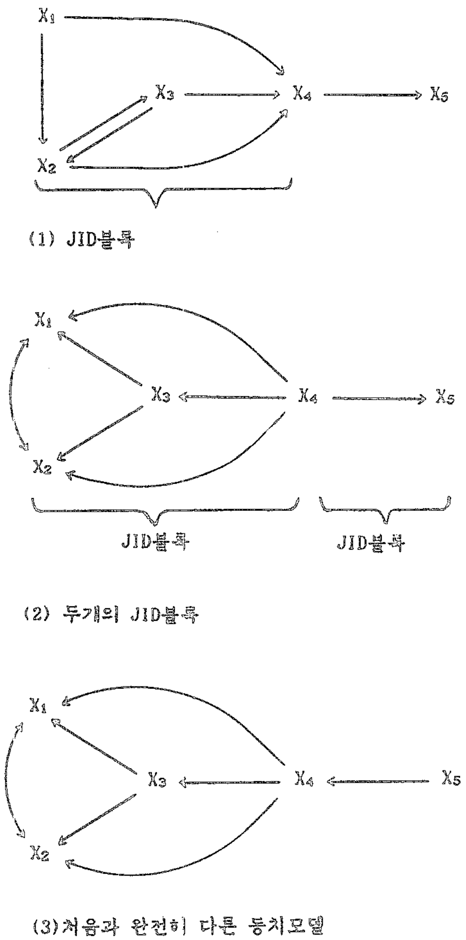
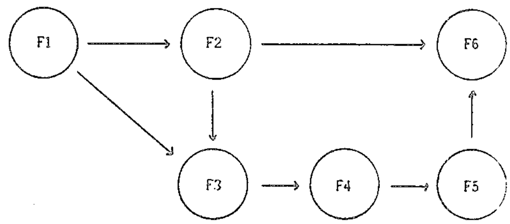



그림 11. JID방식의 반복사용 例

## JID방식의 응용

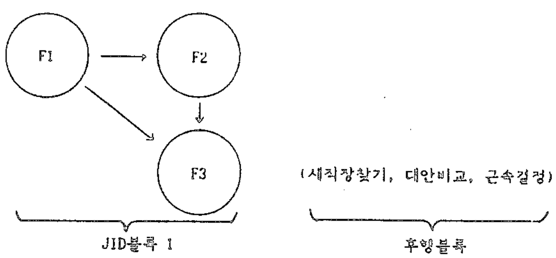
지금까지 JID방식에 대한 이론적인 해설만 했지만 이제 실제 자료에의 응용을 보이고자 한다. 최근의 산업심리학에서 Hom과 Griffeth(1991)가 제시한 이직(turnover)에 대한 모형에 JID방식의 응용을 해보기로 한다. Hom과 Griffeth는 여러가지 절차를 거쳐 그림 12에서와 같은 모델에 도달하였다.




F1 : 직무만족 F2 : 이직의도 F3 : 이직의 기대효용
F4 : 새 직장 찾기 F5 : 대안비교 F6 : 근속결정

그림 12. Hom과 Griffeth의 이직모형

그림 12를 보면, 직무에 대한 만족이 떨어지면 이직의도가 올라가고 이직의 기대효용이 높아진다. 또한 이직의도는 근속여부의 결정에 영향을 미치고 이직의 기대효용에 영향을 미친다. 끝으로 이직에 대한 기대효용이 높으면 새 직장을 알아보게 되고 그 대안들을 비교하여 근속여부의 결정을 하게된다는 것으로 해석할 수 있다. 이 모델에서의 JID블록과 후행블록을 정의하면 그림 13과 같다.




F1 : 직무만족 F2 : 이직의도
F3 : 이직의 기대효용

그림 13. Hom과 Griffeth 모형에서의 JID블록

즉 직무만족, 이직의도 및 이직의 기대효용이라고 하는 세 변수는 모두가 직접경로로 연결되어 있으므로 JID블록임을 쉽게 판명할 수 있다. 따라서 이 부분은 세 변수간의 화살표방향을 임의로 바꾸거나 화살표 대신에 두 변수의 잔차변수간 쌍두곡선을 도입하여 일방성이 유지되는 JID블록으로 바꿀 수 있다. 또는 그림 7과 같이 쌍방성을 도입하여 또다른 JID블록을 만들 수 있다. 그림 14에서 제시되는 동치모델 1에서 보면 그림 13의 JID블록이 쌍방성이 있는 JID블록으로 바뀐 것을 알 수 있다.

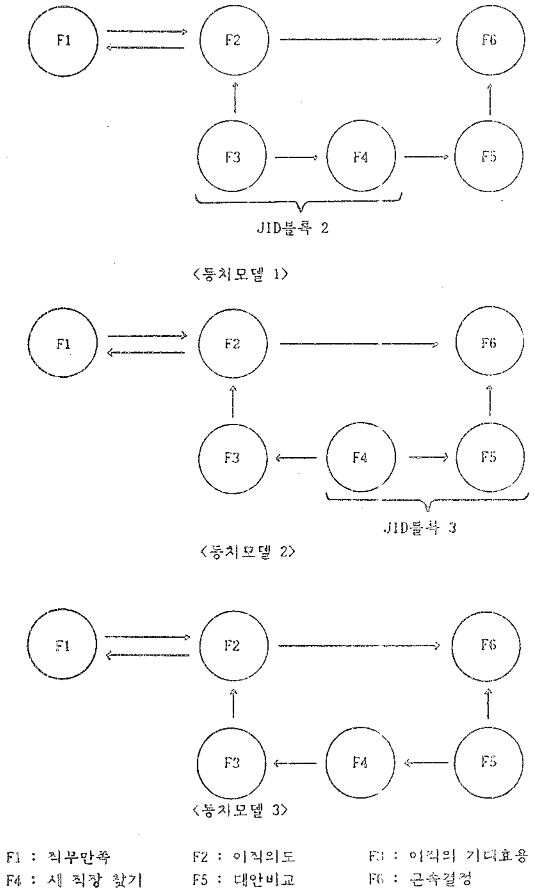



그림 14. Hom과 Griffeth의 이직모형에 대한 동치모델들

그런데 이 바뀐 모델에서 모델인정(identification)의 문제를 다시 검토하면 '이직의 기대효용'과 '새 직장찾기'의 두 변수간 관계가 JID블록을 이룬다. 따라서 그림 14의 동치모델 2를 유도하였다. 그런데 동치모델 2에서 다시 '새 직장찾기'와 '대안비교'가 새로이 JID블록이 된다. 따라서 이 두 변수간 화살표의 방향을 바꾸어 동치모델 3을 유도하였다.

이상과 같이 JID방식을 사용해서 세 개의 동치모델을 유도하였지만 실제로는 이 보다 훨씬 더 많은 동치모델을 유도할 수가 있다. 또한 그림 12에 있는 원래모형을 실제의 상관계수 자료(Hom&Griffeth, 1991, p.354의 Table 1)에 부합시켜볼 때의 재생산 행렬 E는 표 1에 제시되어 있다(개인용 컴퓨터에서 LISREL 7판, 7.16을 사용하였음, 그림 12의 모델에 대한 LISREL 프로그램은 부록 1에 제시되었음).

표 1에서 Y1부터 Y19까지는 Hom과 Griffeth의 글에 있는 "Table 1"에서 제시된 순서대로이다. 표 1에서 보는 바의 재생산 행렬은 동치모델 1, 2, 및 3을 부합시켰을 때도 동일하게 산출된다. 즉, JID방식에 의해 유도된 동치모델들은 반드시 동일한 E을 산출하는 것을 알 수가 있다.

그런데 그림 14의 동치모델 중 동치모델 3은 이론적으로 볼 때 동치모델 2보다 적합하지 않다. 왜냐하면 대안비교가 새 직장을 알아보는 행동에 영향을 미치기 보다는, 새 직장을 알아보아야 대안비교가 된다고 볼 수 있기 때문이다. 동치모델 1과 2 사이의 비교를 한다면 동치모델 2가 나을듯하다. 즉 가능한 새 직장을 알아보아야 비로소 이직의 효용이 산출될 수 있을 것이기 때문이다. 동치모델 2에서 직무만족과 이직의도와의 관계는 쌍방적인 관계이다. 즉, 이직의도가 높으면 직무만족이 떨어질 것이고, 직무만족이 낮으면 이직의도가 높아지고 높아진 이직의도는 근속여부의 결정에 영향을 미칠 수 있다. 이상의 논의는 동치모델이 많을 때, 가장 적합한 것을 선택하는 방법으로서 수학이 아닌 이론적 또는 내용적 토론에 의하는 수밖에 없음을 보여준다. 이제껏 원칙적 동치에 대해서만 논의하였는데 끝으로 경험적 동치에 대한 논의를 간단히 제공하기로 한다.

표 1. Hom과 Griffeth 모델에 대한 재생산행렬

FITTED COVARIANCE MATRIX

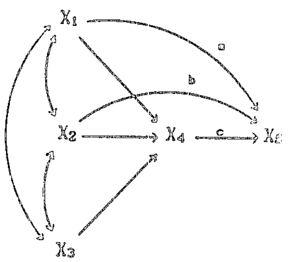
| | Y1 | Y2 | Y3 | Y4 | Y5 | Y6 | Y7 | Y8 | Y9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Y1 | 1.000 | | | | | | | | |
| Y2 | .640 | 1.000 | | | | | | | |
| Y3 | -.245 | -.221 | 1.000 | | | | | | |
| Y4 | -.268 | -.241 | .388 | 1.000 | | | | | |
| Y5 | -.316 | -.285 | .407 | .445 | 1.000 | | | | |
| Y6 | -.202 | -.182 | .260 | .285 | .412 | 1.000 | | | |
| Y7 | -.234 | -.211 | .302 | .330 | .477 | .305 | 1.000 | | |
| Y8 | -.320 | -.288 | .411 | .450 | .651 | .416 | .482 | 1.000 | |
| Y9 | -.367 | -.330 | .531 | .581 | .609 | .389 | .452 | .616 | 1.000 |
| Y10 | -.361 | -.325 | .522 | .571 | .599 | .383 | .444 | .605 | .781 |
| Y11 | -.361 | -.325 | .522 | .571 | .599 | .383 | .444 | .606 | .782 |
| Y12 | -.372 | -.334 | .538 | .588 | .617 | .394 | .457 | .624 | .805 |
| Y13 | -.170 | -.153 | .219 | .240 | .347 | .221 | .257 | .350 | .328 |
| Y14 | -.235 | -.211 | .302 | .331 | .478 | .306 | .354 | .484 | .453 |
| Y15 | -.231 | -.208 | .297 | .325 | .470 | .300 | .348 | .475 | .444 |
| Y16 | -.167 | -.150 | .215 | .235 | .340 | .217 | .252 | .344 | .322 |
| Y17 | -.066 | -.059 | .085 | .093 | .134 | .086 | .100 | .136 | .127 |
| Y18 | -.029 | -.026 | .037 | .041 | .059 | .038 | .044 | .059 | .056 |
| Y19 | .165 | .148 | -.239 | -.261 | -.272 | -.174 | -.202 | -.275 | -.358 |

| | Y10 | Y11 | Y12 | Y13 | Y14 | Y15 | Y16 | Y17 | Y18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Y10 | 1.000 | | | | | | | | |
| Y11 | .768 | 1.000 | | | | | | | |
| Y12 | .791 | .792 | 1.000 | | | | | | |
| Y13 | .322 | .322 | .332 | 1.000 | | | | | |
| Y14 | .445 | .445 | .458 | .576 | 1.000 | | | | |
| Y15 | .437 | .437 | .450 | .565 | .781 | 1.000 | | | |
| Y16 | .316 | .316 | .326 | .409 | .565 | .555 | 1.000 | | |
| Y17 | .125 | .125 | .129 | .162 | .223 | .219 | .159 | 1.000 | |
| Y18 | .055 | .055 | .056 | .071 | .098 | .096 | .069 | .490 | 1.000 |
| Y19 | -.352 | -.352 | -.362 | -.141 | -.195 | -.192 | -.139 | .004 | .002 |

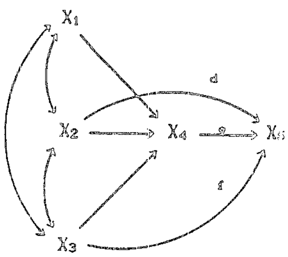
| | Y19 |
|---|---|
| Y19 | 1.007 |

## 경험적 동치

경험적 동치가 일어나는 것은 여러가지 경우가 있지만 저자의 관찰결과는 다음과 같다. 즉 두 개의 모델이 변수의 수효는 같고 모양은 다르지만 입력자료가 특수하면 두 모델에 주어지는 정보가 모델을 JID 하는 정도밖에 안된다. 이때 두 모델 모두 JID가 되어 동치모델이 된다. 그러한 예의 경로 도형이 그림 15에 주어져 있다.




모델 A




모델 B

그림 15. 경험적 동치가 될 수 있는 두 모델

그림 15의 모델 A와 모델 B가 어떨때 경험적 동치가 될 수 있는지 보기 위하여 구조방정식및 정규방정식을 보기로 한다. 우선 모델 A와 B에서 $X_1$, $X_2$, $X_3$, 및 $X_4$간의 관계는 JID이므로 $X_5$에 대한 구조방정식 및 정규방정식을 표 2에서 보기로 한다.

표 2에서 보면 $X_5$의 잔차변수에 대한 변량(variance)을 제외하면 모델 A에서의 미지수는 a, b, c가 되고 모델 B에서의 미지수는 d, e, 및 f 가 된다. 그런데 각 모델에 4개의 방정식이 있다. 따라서 이 4개의 방정식이 3개로 줄면 모델 A에서 a, b, 및 c도 JID가 되고 모델 B에서 d, e, 및 f도 JID가 된다.

만일에 모델 A에서 $\sigma_{53} = \sigma_{54}$, $\sigma_{31} = \sigma_{41}$, $\sigma_{32} = \sigma_{42}$, 그리고 $\sigma_{43} = \sigma_{44}$이면 $\sigma_{53}$의 정규방정식과 54의 정규방정식이 같게 되어 결국 3개의 미지수를 구하는데 3개의 방정식이 있게 되므로 a, b, c가 JID된다. 또한 모델 B에서 $\sigma_{53} = \sigma_{54}$, $\sigma_{33} = \sigma_{43}$, $\sigma_{32} = \sigma_{42}$, 그리고 $\sigma_{43} = \sigma_{44}$이면 마찬가지로 d, e, 및 f가 JID된다. 따라서 모델 A 와 모델 B 가 동시에 JID 되려면 $\sigma_{53} = \sigma_{54}$, $\sigma_{31} = \sigma_{41}$, $\sigma_{32} = \sigma_{42}$, $\sigma_{43} = \sigma_{44}$, $\sigma_{33} = \sigma_{43}$ 일 것이 필요 충분조건이 된다. 만일 모델 A와 B가 측정변수만의 모델이면 이러한 조건이 만족되는 경우가 아주 드물지는 않을 것 이다. 그러나 모델이 이론변수를 포함하는 이론변수 모델이되면 이론변수간의 이와같은 조건을 만족시키는 것이 결코 쉽지는 않을 것으로 보인다. 그렇다고 불가능한 것은 물론 아니다. 적어도 경험적 동치가 발생할 수 있는 수학적 근거는 있는 것이다.

LISREL이나 EQS등의 프로그램을 돌려서 공변량 구조모형을 풀어갈때 경험적 동치가 발생하는 수가 있다. 예컨대, 모델의 부합도가 낮을 경우 LISREL 프로그램에서 제공하는 추가지수 (modification index)를 검토하고 그 값이 적어도 5내지 10이상이면서 가장 큰 고정 (또는 제약) 특징수를 자유화시키는 것이 흔히 사용하는 모델찾기의 전략이다. 물론 이때 그 특징수를 자유화하는 것이 내용적으로 충분히 합당해야 할 것이다.

추가지수의 수학적 값에 기계적으로 좌우되는 모델찾기를 해서는 안된다. 그런데, 두개 이상의 추가지수의 값이 아주 크고 동일하면서 그에 해당되는 고정(또는 제약) 특징수들을 자유화시키는 것이 이론적으로 합당한 경우가 있다. 이때가 바로 경험적 동치가 발생할 수 있는 경우이다. 즉 이러한 특징수들중 어

표 2. 모델 A와 B의 구조방정식, 정규방정식

| 모델 A | 모델 B |
| --- | --- |
| 구조방정식:<br>$X_5 = aX_1 + bX_2 + cX_4 + U_5$ | 구조방정식:<br>$X_5 = dX_2 + eX_4 + fX_3 + u_5$ |
| 정규방정식:<br>$\sigma_{51} = a\sigma_{11} + b\sigma_{21} + c\sigma_{41}$<br>$\sigma_{52} = a\sigma_{21} + b\sigma_{22} + c\sigma_{42}$<br>$\sigma_{53} = a\sigma_{31} + b\sigma_{32} + c\sigma_{43}$<br>$\sigma_{54} = a\sigma_{41} + b\sigma_{42} + c\sigma_{44}$ | 정규방정식:<br>$\sigma_{51} = d\sigma_{21} + e\sigma_{41} + f\sigma_{31}$<br>$\sigma_{52} = d\sigma_{22} + e\sigma_{42} + f\sigma_{32}$<br>$\sigma_{53} = d\sigma_{32} + e\sigma_{43} + f\sigma_{33}$<br>$\sigma_{54} = d\sigma_{42} + e\sigma_{44} + f\sigma_{43}$ |

는 것을 자유화시켜도 결과적으로 얻는 부합지수는 동일하다. 부합지수가 동일하다고 두 모델이 항상 동치인 것은 아니지만, 저자의 경험에서 볼 때 이 경우 만은 항상 동치였다. 즉 어느 두 고정 (또는 제약) 특정수에 대한 추가지수가 같을 경우 각각을 자유화 시켜서 얻는 수정된 두 모델들은 동일한 재생산공변량행렬을 가진다는 것이다.

이렇게 해서 얻어지는 동치모델중에는 대체법이나 JID 방식에 의해서 서로가 동치임을 유도해 보일 수 있는 경우도 있지만 그렇지 않은 경우도 있다. 후자의 경우가 바로 경험적 동치일 가능성이 크다. 즉 분석되는 표본공변량자료가 바뀔 경우 그 모델들간에 동치성이 성립하지 않을 수 있다는 것이다. 그러나 이것은 실제로 임의의 표본공변량자료를 넣어보고 실험해 보아야 확실히 판단할 수 있다. 이러한 실험을 여러번 해도 두 모델들간에 계속 동치이면 대체법이나 JID방식이 설명 못하는 '원칙적 동치'의 경우가 발견되는 것이고 그렇지 않을 경우 '경험적 동치'라고 할 수 있다.

## 결론

이상으로 우리는 동치모델을 유도할 때 JID방식은 종래의 대체법이 다루지 못하는 부분을 다루며 동치모델 유도의 가능성을 한층 높여주고 있다는 사실을 알 수 있다. 대체법에서는 우선 "제한된 블록 일방성" 때문에 관심블록내의 일방성을 원칙으로 하지만 JID방식에서는 관심블록이 JID블록이면 블록내의 일방성을 굳이 고집하지 않아도 얼마든지 관심블록내의 관계가 쌍방적인 동치모델을 산출해준다. 그리고 대체법의 적용이 이론모델의 블록에만 가능했던 것에 반해서 JID방식에서는 측정모델까지 관심블록의 범주에 포함해서 적용할 수 있다는 장점을 가지게 된다. 그러나 JID방식은 관심블록이 JID블록 즉, 모델의 맨 왼쪽에서 시작하여 JID관계를 이루는 변수들만을 대상으로 하므로 대체법에서와 같이 모델중간(선행블록과 후행블록의 중간)에 있는 블록에서 응용하지는 못한다.

대체법이건 JID방식이건 모두 '원칙적인 동치'에 대한 내용들이다. 즉 주어진 모델에 이들 방법을 사용하여 얼마든지 동치모델들을 유도하여 수학적으로는 동일한 그러나 내용적으로는 전혀 다른 모델들을 만들 수가 있다. 이들 모델에 대한 우열은 단지 이론적 내용적 해석에 의해서 가려질 뿐이다. 내용적으로 상이한 동치모델들에 대해서 우열을 가릴수 없다면 이론개발에 있어서, 가장 좋은 단 하나의 (one best) 모델이 아니라 적절한 여러개의 모델을 가지게 된다. 따라서 어느 이론분야에서 다수의 적절한 모델들이 상당기간 존재하게 될 것이다. 물론 이들 모델

들의 각 경로에 대해서 실험을 통해서 부분적으로 검증해 볼 수가 있다. 즉 다수의 적절한 모델들간에 경로도上에서 결정적으로 상이한 부분만이라도 통제실험 (lab experiment)이나 현장실험을 통해서 검증하므로서 맞지 않는 모델들을 기각할 수 있다면 非실험 연구의 총아인 CSM이 가진 어려움을 극복할 수가 있다. 설사 실험을 할 수 없다 하여도 각 분야에서 누적되는 경험연구와 토론을 통해서 부적합한 동치모델들이 제거되어야 할 것이다.

## 참 고 문 헌


구미옥(1992). 당뇨병환자의 자기간호행위와 대사조절에 관한 구조모형. 서울대학교 박사논문.

김현경(1992). 지각된 직무특성과 성역할 갈등이 직무만족에 미치는 영향. 이화여자대학교 석사논문.

박경환(1992). 이직결정과정의 관계구조모형화에 대한 연구. 충남대학교 석사논문.

박치관(1991). 최종이용자 컴퓨팅이 MIS요원의 직무 및 동기요인에 미치는 영향. 서울대학교 박사논문.

양영희(1992). 만성입원 환자를 돌보는 가족원의 역할 스트레스와 건강에 관한 이론적 구조모형. 서울대학교 박사논문.

이순묵(1991). 공변량구조분석의 4-Parameter 모델. 한국심리학회 연차대회 학술발표논문 초록, 1991, 317-324.

이순묵(1990). 공변량구조분석. 성원사.

황택순(1992). 직장-가족갈등과 삶의 만족간의 관계. 고려대학교 석사논문.

Bentler, P. M. (1980). Multivariate analysis with latent variables: Causal modeling. *Annual Review of Psychology, 31*, 419-456.

Bentler, P. M., & Chou, C. (1987). Practical Issues in Structural Modeling. *Sociological Methods & Research, 16*, 78-117.

Bentler, P. M., & Weeks, D. T. (1980). Linear Structural Equation with Latent Variables. *Psychometrika, 45*, 289-308.

Duncan, O. D. (1969). Some Linear Models for Two-Wave, Two-Variables Panel Analysis. *Psychological Bulletin, 72*, 177-182.

Duncan, O. D. (1975). *Introduction to Structural Equation Models.* New York: Academic Press.

Heise, D. R. (1975). *Causal Analysis.* New York: Wiley.

Hom, P. W. & Griffeth, R. W. (1991). Structural Equations Modeling Test of a Turnover Theory: Cross-Sectional and Longitudinal Analyses. *Journal of Applied Psychology, 76*, 350-366.

James, L. R., Mulaik, S. A., & Brett, J. (1982). *Causal Analysis: Assumptions, models and data.* Beverly Hills: Sage Publications.

Jôreskog, K. G. (1974). Analyzing psychological data by structural analysis fo covariance matrices. In R. C. Atkinson, D. H. Krantz, R. D. Luce, & P. Suppes (Eds.), *Contemporary developmenrs in mathematical Psychology* (Vol. II, pp. 1-56). San Francisco: Freeman.

Jôreskog, K. G. (1977). Structural equation models in the social sciences: Specification, estimation, and testing. In P. R. Krishnaiah (Ed.), *Applications of stations* (pp. 265-287). Amsterdam: North-Holland.

Jôreskog, K. G., & Sôrbom, D. (1981).

LISREL *VUser's Guide*. Chicago: International Educational Services.
Kenny, D. A. (1979). *Correlation and Caysality*. New York: John Wiley.
Kmenta, J. (1971). *Elements of Econometrics*. New York: MacMillan.
Lee, S. (1987). Model Equivalence in Covariance Structure Modeling: *Definitions and Implications*. *Korean Journal of Psychology, 6,* 166-178.
Lee. S. & Hershberger. S. (1990). A Simple Rule for Generating Equivalent Models in Covariance Structure Modeling. *Multivariate Behavioral Research, 25,* 313-334.
Luijben, T. (1988). Equivalent models in covariance structure analysis. *Abstracts of Annual Meeting of the Psychometric Society*. University of California, Los Angeles.
McArdle, J. & McDonald, R. P. (1984). Some algebraic ProPerties of the reticular action model for moment structures. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 37,* 234-254.
McDonald, R. P. (1978). A simple comprehensive Model for the analysis of Covariance structure. *British Journal of Mathematical Statistical Psychology, 31,* 59-72.
Pindyck, R. S., & Rubinfeld, D. L. (1981). *Econometric Models and Economic Forecasts*. (2nd Ed.) New York: McGraw-Hill.
Stelzl, I. (1986). Changing causal relationships without changing the fit: Some rules for generating equivalent LISREL-models. *Multivariate Behavioral Research, 21,* 309-331.

부록1. Hom과 Griffeth 모델에 대한 LISREL 프로그램

```
JAP 1991 NO.3 P.354 TURNOVER MODEL
DA NI=19 NO=206 MA=KM
LA
Y1 Y2 Y3 Y4 Y5 Y6 Y7 Y8 Y9 Y10 Y11 Y12 Y13 Y14 Y15 Y16 Y17 Y18 Y19
KM SY
1
.64  1
-.51 -.52 1
-.45 -.44 .71 1
-.26 -.22 .34 .47 1
-.22 -.11 .21 .25 .47 1
-.31 -.26 .40 .45 .42 .42 1
-.35 -.26 .44 .52 .66 .38 .52 1
-.34 -.33 .48 .52 .61 .29 .36 .64 1
-.36 -.35 .51 .53 .58 .31 .31 .62 .88 1
-.33 -.30 .49 .54 .62 .33 .44 .60 .77 .71 1
-.31 -.27 .51 .59 .65 .35 .45 .62 .77 .77 .86 1
-.26 -.25 .25 .35 .38 .14 .24 .35 .29 .26 .47 .42 1
-.28 -.26 .32 .45 .43 .33 .39 .39 .34 .35 .50 .49 .59 1
-.23 -.27 .37 .48 .44 .35 .41 .39 .41 .38 .49 .49 .50 .81 1
-.27 -.25 .35 .40 .52 .29 .29 .46 .52 .48 .65 .64 .57 .50 .52 1
-.31 -.36 .29 .26 .15 .08 .18 .22 .28 .23 .27 .20 .14 .18 .22 .26 1
-.26 -.29 .32 .24 .11 .09 .20 .15 .15 .14 .15 .16 .06 .05 .09 .11 .49 1
 .11  .11 -.25 -.22 -.25 -.22 -.21 -.29 -.38 -.40 -.30 -.33 -.07 -.05 -.14 -.27 -.05 -.06 1

MO NY=19 NE=6 BE=FU,FI LY=FU,FI PS=SY,FI TE=SY,FI
FR BE 2 1 BE 3 1 BE 3 2 BE 4 3 BE 5 4 BE 6 2 BE 6 5
FR LY 2 1 LY 4 2 LY 9 2 LY 10 2 LY 11 2 LY 12 2
FR LY 6 3 LY 7 3 LY 8 3 LY 14 4 LY 15 4 LY 16 4 LY 18 5
FR PS 1 1 PS 2 2 PS 3 3 PS 4 4 PS 5 5 PS 6 6
FR TE 1 1 TE 2 2 TE 3 3 TE 4 4 TE 5 5 TE 6 6 TE 7 7 TE 8 8
FR TE 9 9 TE 10 10 TE 11 11 TE 12 12 TE 13 13 TE 14 14 TE 15 15
FR TE 16 16 TE 17 17 TE 18 18
VA 1 LY 1 1 LY 3 2 LY 5 3 LY 13 4 LY 17 5 LY 19 6
OU RS AD=OFF
```

* 여기서는 이순묵(1991)에서 소개된 4-parameter 모델의 방식으로 프로그램을 짰다.

韓國心理學會誌
*Korean Journal of Psychology*
1992. Vol. 11. No. 1, 1-23

# Model Equivalence in Covariance Structure Modeling: JID Approach and its Application

Soonmook Lee

Chungbuk University

There are very few studies devoted to model equivalence in Covariance Structure Modeling. The present study introduces JID approach in deriving equivalent models to a given model. JID approach is based on the property of a just-identified block in a covariance structure model. As long as the just-identification is maintained in a block, the block can be modified in a number of ways to derive equivalent models. This is the logic of JID approach. The JID approach explains much of Lee and Hershberger's (1990) replacing rule and is applicable even to nonrecursive block and measurement model.