韓國心理學會誌
Korean Journal of Psychology
1994. Vol. 13. No. 1, 1-20

너무 작은 설명변량에 대한 몇가지 해결책: 중다회귀분석의 경우

박광배

충북대학교 심리학과

중다회귀분석 결과 산출된 결정계수가 유의미하면서도 그 절대적 수치가 작은 경우에는 LISREL 분석에 의하여 측정오차를 제거한 설명변량을 산출해보는 것이 좋다. 이때에는 미리 추정한 각 변인의 측정오차변량과 신뢰도를 이용하여 모형을 구성한다. LISREL 분석에서 산출되는 '구조방정식의 전체 결정계수' 가 유용한 자료이다. 이 지수는 유의도 검증을 할 수 있다. 직접적 효과를 나타내는 결정계수에는 여러 종류가 있다. 따라서 R2-차이 (준여파상관자승) 의 수치가 작은 경우에는 여파상관자승의 크기를 검토해볼 필요가 있다. 또한 연구자의 의도와 연구의 성격에 따라서 '중다공변량에 대한 비율' 을 산출해보는 것이 도움이 될 수도 있다. 조사연구나 현장연구에서 도출되는 상호작용효과는 실험연구에 비하여 전형적으로 그 수치가 매우 작다. 독립변인에 대해서는 그 빈도분포가 정상분포가 아닌 균일분포하고, 독립변인들의 균일분포가 서로 교차분할될 경우 균형화되도록 계획적인 표집을 하고, 종속변인에 대해서는 Likert 척도 혹은 그와 유사한 단속적인 척도를 사용하기 보다는 가능한 많은 값을 가지는 연속적인 척도를 사용하는 것이 상호작용에 의해 설명되는 종속변인의 변량비율을 증가시키는 방법이다.

중다회귀분석 (multiple regression analysis) 은 擬似관계 (spurious relation) 를 규명하거나, 비선형적인 관계 (nonlinear relation) 를 규명하거나, 상호작용 효과 (interaction effect) 를 규명하는 등 섬세한 자료분석을 위하여 매우 다양한 용도를 지닌 분석기법이다. 중다회귀분석에 의한 추론은 소위 '설명변량 (accounted variance)' 에 의존하는 경우가 많은데 그 주된 이유는 해석의 일관성과 명확성 때문이다.

중다회귀분석에는 흔히 여러개의 독립변인들이 존재하기 마련인데 이들 독립변인들이 제각기 다른 단위들로 이루어진 경우가 많아서 회귀계수 (regression coefficient) 를 이용하여 각 변인의 상대적 중요성을 비교하기 어려운 경우가 많다. 더군다나 심리학에서 많이 이용되는 변인들은 그 단위 자체가 대단히 임의적이므로 "독립변인상의 한단위 변화에 따른 종속변인의 단위변화" 라는 기울기의 의미가 매우 모호한 경우가 많다. 표준화된 회귀계수 혹은 β-계수 에 의해 변인들간의 상대적 중요성을 어느 정도 가늠할 수 있지만, 중다회귀분석에서의 β-계수가 비표준화된 회귀계수보다 더 명확한 의미를 전달하는 것은 아니다. 중다회귀분석에서의 β-계수의 의미는 "다른 독립변인들이 불변한다는 가정하에 독립변인상의 1개 표준편차 만큼의 변화에 따른 종속변인의 변화되는 표준편차의 양" 이다. 이것은 대단

히 모호하고 복잡한 의미이다. 또한 어떤 독립변인의 β 가 다른 독립변인의 그것보다 더 큰 수치를 보인다고 하더라도 그 독립변인이 다른 독립변인보다 반드시 더 중요하다는 것을 의미하지는 않는다. 왜냐하면 β 계수의 의미는 그 절대적 크기뿐만 아니라 또한 표준오차에 의해서도 좌우되기 때문이다.

반면에 '결정계수 (coefficient of determination: R2) 로 대표되는 설명변량의 비율 (proportion of accounted variance) 은 그 의미가 간단명료하고, 독립변인의 단위에 영향받지 않으며, 상대적인 비교가 명확하다. 그런데 중다회귀분석을 많이 이용하는 학자들이나 학생들은 종속변인에 대한 독립변인의 효과가 통계적으로 유의미한데도 불구하고 설명변량이 매우 작아서 곤혹스러움을 느끼는 경우가 종종 있다. 예를 들어 어떤 독립변인의 효과가 유의미하지만, 그 변인이 설명하는 종속변인의 변량은 7%, 5%, 심지어는 2~3% 에 불과한 경우가 매우 흔하다. 이런 경우 흔히 거론되는 문제는 '통계적인 유의미성' 과 '실질적인 중요성' 의 차이에 대한 논쟁이다. 그러나 이러한 개념적인 논쟁에 돌입하기 전에 일견 초라해보이는 설명변량에 대하여 검토해야할 몇가지 사항이 있다.[1] 본 논문은 중다회귀분석에 의해 독립변인의 효과를 파악하고자 하는 경우에 결정계수에 의해서 대표되는 설명변량이 작아지는 몇가지 이유를 기술한 후, 각각에 대한 해결책을 제시하고자 한다. 물론 설명변량이 작아지게 하는 이유들은 무수히 많이 존재할 수 있다. 본 논문에서는 해결책이 어느 정도 강구될 수 있는 이유들과 그 해결방안들을 기술하고자 한다.

1) 소위 '다중공선성 (multicollinearity)' 이나 '비선형적 관계 (nonlinear relation)' 에 의하여 설명변량이 작아지는 경우는 거의 대부분의 참고서들이 다루고 있으므로 본 논문에서는 재론되지 않는다.

전체 효과를 검증하기 위한 중다회귀분석의 경우

1. 문제

종속변인에 대한 모든 독립변인들의 전체효과 (total effect) 는 종속변인의 실제값 Y 와 독립변인들에 의해 예측된 값 Y′ 사이의 Pearson 상관계수를 구하고 그것을 자승한 R2 로 나타낼 수 있다. 만약 독립변인 X1 과 X2 에 의해 예측된 Y′ 과 실제 종속변인 Y 의 Pearson 상관계수가 0.3 이라면, Y 에 대한 X1 과 X2 의 전체효과는 0.09 이고 이것은 X1 과 X2 가 Y 의 변량중 9% 를 설명한다는 것을 의미한다. 이러한 중다회귀분석의 모형을 도식적으로 표현하면 <그림 1> 과 같다.

그런데 이 9% 의 설명변량에 대한 해석에서 흔히 간과하기 쉬운 사실은 회귀분석은 모든 변인들이 오차 없이 측정되었다는 가정을 가지고 있다는 것이다. 그러나 모든 측정치는 다소간의 오차를 포함하기 마련이고, 특히 심리학에서 많이 연구되는 변인들은 그 측정과정에서 측정오차들이 개입할 가능성이 매우 높다. 측정오차들은 각 변인에 대하여 무작위에 의한 변량 혹은 무선변량 (random variance) 을 증가시킨다. 예를 들어 변인의 眞點數를 T, 변인의 측정치를 X, 무작위 측정오차를 E 로 표기하면, 무작위 측정오차가 개입된 측정치 X 는 다음과 같은 변량 (variance) 을 가진다.

$$\sigma^2_X = \sigma^2_T + \sigma^2_E \qquad \text{<수식 1>}$$

즉, 측정된 변인의 변량은 진점수변량과 측정오차변량의 합이다. 측정오차의 변량 σ^2_E 이 많고 적음에 따라 측정된 변인 X 의 신뢰도 (reliability) 가 좌우된다. 왜냐하면 신뢰도란 측정치의 전체변량 σ^2_X 에 대한 진점수 (true score) 변량 σ^2_T 의 비율, 즉 σ^2_T/σ^2_X

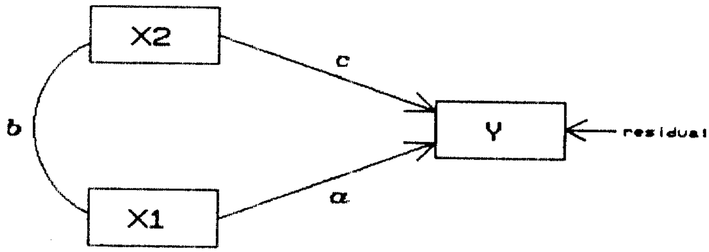

그림 1. 중다회귀분석모형의 도식적 표현

으로 정의되기 때문이다. 이 신뢰도의 루트값은 진점수와 측정치의 상관계수 (r_{XT}) 이다.

그런데 측정오차는 무작위적으로 개입되므로 두변인에 포함된 오차들은 서로 공변 (covary) 하지 않는다. 다시 말하면 측정오차가 포함된 두 변인 사이의 공변량 (covariance) 은 측정오차가 포함되지 않은 두변인 사이의 공변량과 같다. 즉, $COV(X_1,X_2) = COV(T_1,T_2)$ 이다. 따라서 만약 독립변인들과 종속변인이 실제에 있어서 밀접한 관계 (공변량) 를 가진다고 하여도 각 측정된 변인이 많은 양의 측정오차를 포함하고 있으면 각 변인의 변량 (variance) 에 대한 공변량 (covariance) 의 상대적 비율이 작아질 수 밖에 없다. 왜냐하면 측정오차의 존재는 각 변인의 변량을 증가시키지만 그 변인들 사이의 공변량은 증가시키지 않기 때문이다. 공변량의 상대적 비율이 작아진다는 것은 곧 설명변량의 비율이 작아진다는 것을 의미한다.[2] 따라서 신뢰도가 낮은 측정치들을 회귀분석하면 독립변인과 종속변인의 실제 관계를 과소추정하는 결과를 초래한다. 이 사실은 단순회귀분석에만 적용되는 것이 아니라 다수의 독립변인이 활용되는 중다회귀분석에도 그대로 적용되는 원칙이다 (Cohen and Cohen, 1983, p406-413).

2. 해결책

만약 회귀분석에 의한 설명변량이 작은 이유가 측정오차의 존재 혹은 변인들의 낮은 신뢰도 때문이라면 선형구조관계론 (LISREL: linear structural relations) 혹은 공변량구조분석 (covariance structure analysis) 에 의해 측정오차를 제거한 설명변량을 어느 정도 가늠할 수 있다. 즉, 각 변인에서 측정오차를 제거하고 나서, 독립변인에 의해 설명되는 종속변인의 변량이 어느 정도인지를 가늠하는 것이다.[3]

2) 만약 Y 를 종속변인, X 를 독립변인이라고 하면, X 에 의해서 설명되는 Y 변량의 비율 R^2 는 다음과 같이 정의된다.

$$R^2 = \frac{COV(X,Y)^2}{\sigma^2_X \cdot \sigma^2_Y}$$

3) 회귀분석에서 종속변인 (Y) 의 측정오차 (measurement error) 는 독립변인에 의해 예측되지 않는 예측오차 (residual) Y-Y' 와 다른 종류의 오차이다. 이론적으로 측정오차는 무선적으로 발생하고, 따라서 독립변인에 의해 예측되지 않으므로 예측오차는 측정오차를 포함한다. 그러나 그 둘이 동일한 것은 아니다. 예측오차를 때로는 '모형오차 (model error)' 라고 부르기도 한다. 또한 측정오차와 예측오차는 '표집오차 (sampling error)' 와도 다른 개념이다.

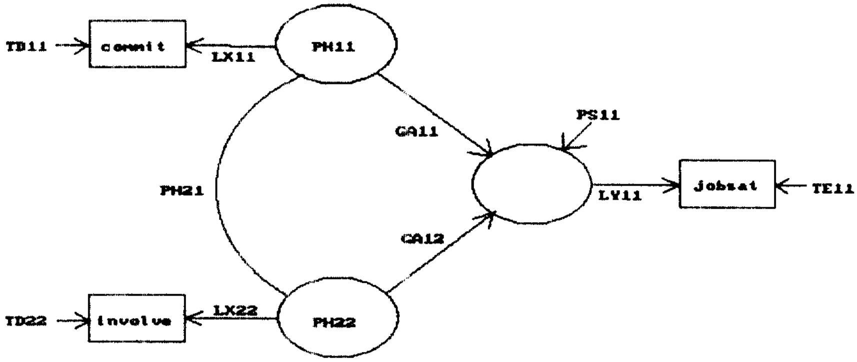

그림 2. 측정오차를 고려한 회귀모형

예를 들어 직장에 대한 헌신성 (organizational commitment)과 직무관여도 (job involvement) 가 종속변인인 직무만족도 (job satisfaction) 를 설명하는 모형을 검증한다고 가정하자. 박광배 (1993) 에 발표된 자료를 이용하여 중다회귀분석을 한 결과 헌신성과 관여도는 직무만족도의 전체 변량중 24% (R^2 = 0.24) 를 설명하였다. 이 설명변량은 위에서 기술한 바와 같이 각 변인이 측정오차를 가지지 않는다는 중다회귀분석의 기본가정하에 산출된 것이다.

그러나 헌신성은 11 개 문항으로 이루어진 척도에 의해 측정된 점수이고, 관여도는 12 개 문항, 직무만족도는 8 개 문항으로 이루어진 척도에 의해 각각 측정된 점수이므로, 이 척도들의 신뢰도가 완벽하지 않는 한 측정오차가 존재하기 마련이다. 실제로 SPSS/PC 를 이용하여 평행검사 (parallel tests) 의 가정하에 이 척도들의 신뢰도 지수를 산출한 결과 헌신성의 신뢰도 지수는 0.83, 관여도의 신뢰도 지수는 0.61, 직무만족도의 신뢰도 지수는 0.79 로 추정되었다.[4]

이 추정된 신뢰도 지수들을 이용하여 각 변인의 측정오차변량을 추정할 수 있다. 신뢰도 지수는 관찰된 점수 (X) 와 진점수 (T) 사이의 추정된 상관계수의 자승 (r^2_{XT}) 이다. 따라서 이 신뢰도 지수는 관찰된 점수의 변량중 진점수에 의해 설명되는 비율이다. 이것을 1 에서 뺀 $1-r^2_{XT}$ 는 추정된 측정오차변량의 비율이다. 따라서 헌신성의 측정오차변량은 헌신성의 전체 변량중 17% (1-0.83), 관여도의 측정오차변량은 관여도의 전체 변량중 39% (1-0.61), 직무만족도의 측정오차변량은 직무만족도의 전체 변량중 21% (1-0.79) 로 각각 추정된다.

각 변인의 신뢰도가 완벽하지 않고, 따라서 측정오차를 포함하고 있으므로 위의 중다회귀분석에서 산출된 24% 의 설명변량이란 실제에

표집오차는 표본통계치 (평균, 표준편차, 비율, 등) 와 모집단통계치가 서로 차이가 나는 정도를 의미한다. 그러나 이 세가지 오차들은 모두 궁극적으로 평균이 0 이 되고 정상분포하는 무선오차 (random error) 이다. 무선오차가 정상분포하는 이유는 Hamilton (1990) 에 매우 근사하게 묘사되어 있다.

4) '평행검사가정에 의한 신뢰도' 란 반분신뢰도를 구하고 그것으로부터 Spearman-Brown 의 예언공식에 의하여 전체 척도의 신뢰도를 추정한 것을 의미한다. 반분신뢰도를 구할 때 각 반분된 절반척도들이 서로 평행검사라는 가정을 하므로 이러한 명칭이 이용된다.

있어서는 측정오차를 포함한 헌신성과 관여도가 역시 측정오차가 포함된 직무만족도의 변량 중 24% 를 설명한다는 것을 의미한다. 위에서 설명한 바와 같이 이러한 측정오차는 각 변인의 변량만을 증가시키므로 24% 라는 이 수치는 설명변량의 비율에 대한 과소추정치이다.

그런데, 이렇게 추정된 측정오차변량의 비율들을 활용하여 LISREL 분석을 하면 측정오차가 제거된 설명변량을 추정할 수 있다. 이를 위한 LISREL 모형은 <그림 2> 와 같다.

<그림 2>에서 TD11은 헌신성 (COMMIT)의 측정오차변량, PH11 은 그것의 진점수 변량, LX11 은 그것의 신뢰도의 루트값으로 개념화될 수 있다. 마찬가지로 TD22 는 관여도 (INVOLVE) 의 측정오차변량, PH22 는 그것의 진점수변량, LX22 는 그것의 신뢰도의 루트값으로 개념화된다. 또한 TE11 은 직무만족도 (JOBSAT) 의 측정오차변량, LY11 은 그것의 신뢰도의 루트값으로 개념화된다.[5)]

그런데 앞서 측정오차변량이 '비율' 로 추정되었으므로 <그림 2> 의 모든 변인들을 표준화하기 위하여 PH11 과 PH22 를 1.00 에 고정시킨다. 즉, 독립변인의 진점수의 변량을 1.00 이 되도록 표준화하는 것이다. 그런 후, TD11, TD22, TE11 을 각각 앞서 산출한 각 변인의 측정오차변량의 비율 0.17, 0.39, 0.21 에 고정시킨다. 진점수 변량과 오차변량이 동시에 고정되는 경우, LX11 과 LX22 는 자동적으로 각 독립변인의 신뢰도의 루트값이 된다. 이것은 <표 1> 의 LISREL 프로그램을 실행시키면 독자들이 직접 확인할 수 있다. 그러나 종속변인 (JOBSAT) 의 진점수 변량은 고정되지 않으므로 마지막으로 LY11 을 직무만족도의 신뢰도의 루트값인 0.89 로 고정시킨다.

5) 일반적인 중다회귀분석은 <그림 3> 의 모형에서 TD11, TD22, TE11 이 각각 0 이고, LX11, LX22, LY11 이 각각 1 이라고 가정하는 경우와 동일한 분석이다. 즉, 각 관찰변인이 측정오차를 가지지 않고, 신뢰도가 완벽하다는 가정을 말한다. 앞서 언급하였듯이 이러한 가정들은 매우 비현실적인 가정들이다.

이와 같은 고정계수들을 가지는 <그림 2> 의 모형은 자유도가 0 인 일종의 회귀분석모형이고, 그것을 검증하기 위한 LISREL-7 프로그램은 <표 1> 과 같다.

표 1 측정오차를 고려한 회귀모형을 위한 LISREL 프로그램

```
REGRESSION ANALYSIS
DA NI=3 NO=140 MA=KM
KM
1.000
 .486 1.000
 .350  .454 1.000
MO NY=1 NX=2 NE=1 NK=2 GA=FR
     TD=DI,FI TE=DI,FI c
     LX=FU,FI LY=FU,FI PH=SY,FI
     PS=DI,FR
FR LX 1 1 LX 2 2
FR PH 2 1
VA 0.89 LY 1 1
VA 1.00 PH 1 1 PH 2 2
VA 0.17 TD 1 1
VA 0.39 TD 2 2
VA 0.21 TE 1 1
OU ALL
```

세변인 (직무만족도, 헌신성, 관여도) 의 상관계수가 자료로서 분석되었다. <표 1> 의 프로그램을 실행하면 '구조방정식의 전체 결정계수 (total coefficient of determination for structural equations)' 라고 불리우는 계수가 산출된다. 이 계수는 종속변인의 진점수 변량 (η 변량: 에타변량) 중 독립변인의 진점수들에 의해 설명되는 비율이다. 즉, 측정오차가 제거된 종속변인의 변량중 역시 측정오차가 제거된 독립변인에 의해 설명되는 비율이라고 해석된다.

$$R^2_\eta = 1 - \frac{PS11}{\sigma^2_\eta} \qquad \text{<수식 2>}$$

위의 수식에서 σ^2_η 는 종속변인의 진점수 (에타) 의 변량이고, PS11 은 <그림 2> 에 표시되어 있듯이 그것의 예측오차변량 혹은 잔여변량 (residual variance) 이다.[6] 본 논문에서 이용된 자료에서 이 계수 R^2_η 의 값은 0.385 로 산출되었다. 이것은 앞서 동일한 자료에 대하여 일반적인 중다회귀분석을 하여 구해진 결정계수 0.24 보다 큰 수치이다. 여기에서 계수산출은 최대우도추정방식 (maximum likelihood estimation method) 을 사용하였으나 일반적인 중다회귀분석과 동일한 최소자승화방식 (least square method) 를 사용해도 결과는 마찬가지이다. 즉, 변인들이 측정오차를 포함하는 경우에는 독립변인들이 종속변인 변량의 24% 밖에 설명하지 못하지만 그 측정오차들이 모두 제거되면 38.5% 를 설명한다는 것이다.

3. 유의도 검증

구조방정식의 전체 결정계수에 대한 유의도 검증은 다음과 같은 F 검증이 준용될 수 있다. 다음의 수식에서 n 은 피험자수이고, k 는 독립변인의 진점수의 갯수 (PH11 과 PH22, 등) 이다.[7]

$$F = \frac{R^2_\eta / k}{(1 - R^2_\eta) / (n-k-1)}$$

위의 F 값의 유의미도를 위한 분자자유도는 k 이고 분모자유도는 n-k-1 이다. 위의 F 값이 자유도 k 와 n-k-1 에서의 임계치보다 크면 구조방정식의 전체 결정계수 R^2_η 는 유의미하다.

4. 결론

지금까지 설명된 방법은 LISREL 분석을 하기 전에 각 측정치들의 측정오차가 미리 추정되는 것을 전제로 한다. 이 측정오차는 일반적인 통계패키지를 이용하여 간단히 추정해낼 수 있다. 반면에 Jöreskog and Sörbom(1989) 은 미리 측정오차를 추정하지 않고 곧바로 LISREL 분석을 하는 방법을 소개하고 있다. 그것은 각 척도를 반분 (split-half) 하여 두개씩의 변인을 만들고 각 진점수 변인 (e.g., PH11, PH22, η) 이 두개씩의 관찰변인을 가지는 LISREL 모형을 구성하는 방법이다.[8] 각 척도를 반분하여 같은 변인을 두개씩 만들면 모형검증을 위한 충분한 자유도가 획득되어 미리 신뢰도와 측정오차를 추정한 후 그 값으로 모형의 계수들을 고정시키지 않아도 분석이 가능하기 때문이다. 이 방법은 신뢰도와 측정오차를 미리 추정하지 않고 그것들을 LISREL 분석에 의하여 동시에 산출하는 편리함이 있다.

그러나 반분된 척도에 의해서 산출된 신뢰도는 각 반분된 척도의 신뢰도이고, 그 반분척도들이 합해진 전체 척도의 신뢰도보다 낮다. 따라서 그들의 방식을 채택하면 변인의 신뢰도가 과소추정되고, 반면에 측정오차는 과대추정된다. 연구자가 관심을 가지는 변인이 척도 전체의 속성이고 척도 절반을 이용하여 측정된 속성이 아닌 경우에는 그들의 방법은 다소 개

6) 에타의 변량과 예측오차변량 (PS11) 은 모두 LISREL 에 의해 산출되어 결과에 자동적으로 제시된다.

7) LISREL 의 결과에는 이 F 값이 제시되지 않는다. 왜냐하면 이 F 공식은 종속변인의 잠재변인 (η) 가 한개인 경우와 본 논문에서 설명되고 있는 중다회귀모형에만 적용되기 때문이다. LISREL 은 그밖의 η 를 여러개 가지는 모형 등의 매우 다양한 형태의 모형들을 검증하기 위한 것이고 그 모든 경우에서 공히 적용될 수 있는 유의도 검증방법이 아직 알려지지 않았기 때문이다.

8) 이 변인들은 잠재변인으로서 ξ (KSI) 라고 불리운다. 그러나 LISREL 프로그램에서는 이 명칭의 용도가 거의 없다. PH11 과 PH22 는 각각 ξ1 과 ξ2 의 변량을 표시한다.

념적인 무리를 수반한다. 각 척도를 반분하는 Jöreskog and Sörbom (1989) 의 방법을 채택하기 특히 곤란한 경우는 본 논문에서 이용된 예에서와 같이 각 척도가 비교적 적은 갯수의 문항들로 이루어진 경우이다. 이때에는 반분하는 방식에 따라서 신뢰도 추정이 매우 다르게 이루어질 수 있다. 물론 그들의 방식을 채택하여 LISREL 분석에 의해 반분된 척도의 신뢰도를 산출한 후, Spearman-Brown 의 유명한 '예언공식' 에 의하여 전체척도의 신뢰도를 추정하고, 그 수치들을 고정계수로 이용하여 다시 LISREL 분석을 할 수 있다. 그러나 그런 경우에는 그들 방식의 장점인 '편리함' 이 소멸된다 (반분검사 신뢰도로부터 전체검사 신뢰도를 추정하기 위한 Spearman-Brown 의 예언공식은 부록 참조).

Jöreskog and Sörbom (1989) 방식의 이러한 단점에도 불구하고 전체 척도에 의해서 측정되는 구성개념과 척도 절반에 의해서 측정되는 구성개념이 대동소이하다고 믿어지고, 전체 척도를 반분하여도 문항의 갯수가 충분한 경우에는 그들의 방법을 채택할 수도 있다. 그런데 본 논문에서 제안된 방식이나 Jöreskog and Sörbom (1989) 방식이 모두 적용될 수 없는 경우는 종속변인 혹은 독립변인이 한개의 문항으로 측정되거나 본래부터 한개의 변인으로 존재하는 경우이다. 따라서 현장연구나 조사연구를 수행하는 경우에는 중요한 독립변인과 종속변인이 무엇인지 사전에 파악하여 그것들을 가능한 다양한 방법으로 중복측정하는 것이 중요하다.

직접적 효과를 검증하기 위한 위계적 회귀분석의 경우

1. 문제

종속변인에 대한 독립변인의 전체 효과는 간접적 효과 (indirect effect) 와 직접적 효과 (direct effect) 로 나뉠 수 있다. 간접적 효과는 한 독립변인이 다른 독립변인과 상관관계를 가지므로서 간접적으로 종속변인에 관계하는 효과이고, 직접적 효과는 다른 독립변인과 무관하게 직접 종속변인에 영향을 가지는 것을 의미한다. <그림 1> 에서 종속변인 Y 에 대한 독립변인 X1 의 효과는 직접적 효과인 a 와 다른 독립변인 X2 를 통한 간접적 효과인 bc 로 구성된다. 따라서 Y 에 대한 X1 의 전체 효과는 직접적 효과와 간접적 효과를 합한 a+bc 이다. 그런데 X1 의 직접적 효과 a 에 의해 설명되는 Y 의 변량과 그것의 간접적 효과 bc 에 의해 설명되는 Y 의 변량을 산출하기 위해서는 소위 '위계적 회귀분석 (hierarchical regression analysis)' 을 하여야 한다. 우선 두개의 독립변인 X1 과 X2 모두를 포함하는 중다회귀분석을 한 후 그로부터 결정계수 R^2_{12} 를 산출한다. 이 결정계수는 X1 과 X2 에 의해 설명되는 Y 변량의 비율이다. 그 다음 이번에는 X2 만을 포함하는 회귀분석을 한 후 결정계수 R^2_2 를 산출한다. 이것은 X2 에 의해 설명되는 Y 의 변량이다. X1 과 X2 에 의해 설명되는 변량 R^2_{12} 에서 X2 에 의해서 설명되는 변량 R^2_2 를 뺀 차이 $R^2_{12}-R^2_2$ 는 X2 와는 무관하게 순수히 X1 에 의해서만 설명되는 Y 변량의 비율, 즉 X1 의 직접적 효과 a 에 의해 설명되는 Y 변량의 비율이다. 이것을 '준여과상관자승 (squared semi-partial correlation coefficient)' 이라고 부르기도 한다. 그런데 Y 에 대한 X1 의 전체 효과는 X1 과 Y 의 Pearson 상관계수의 자승 r^2 이므로 직접적 효과에 의해 설명되는 Y 변량의 비율을 r^2 에서 뺀 차이가 X1 의 간접적 효과 bc 에 의해 설명되는 Y 변량의 비율이다. 이것을 요약하면 다음과 같다.

X1 의 전체 효과: r^2

X1 의 직접적 효과: $R^2_{12}-R^2_2$

X1 의 간접적 효과: $r^2-(R^2_{12}-R^2_2)$

위계적 회귀분석에 의하여 독립변인 X1 의 직접적 효과를 산출하는 경우는 일반적으로 두 가지가 있다. 하나는 X1 과 Y 의 관계 (r^2) 가 擬似관계 (spurious relation) 인지를 규명하기 위한 것이다. 만약에 그것이 의사관계라면 r^2 는 유의미하더라도 직접적 효과 $R^2_{12}-R^2_2$ 는 유의미하지 않게 된다.[9] 또한 의사관계는 <그림 .1> 의 X2 가 X1 과 Y 에 대한 공통원인 (common cause) 이라는 것을 암시한다. 즉, X1 과 Y 는 실제로는 서로 무관한데 공통원인 X2 에 의해서 위장된 관계 (r^2) 를 갖게 된다는 개념이다. X1 의 직접적 효과가 관심의 대상이 되는 두번째 경우는 소위 '매개모형 (mediating model)' 을 검증하는 경우이다. 이때에도 의사관계의 검증과 똑같은 절차에 의한 위계적 회귀분석을 한다. 만약 그 결과 X1 의 직접적 효과 a 가 유의미하지 않으면 Y 에 대한 X1 의 효과는 X2 에 의해서 매개된다고 해석된다. 즉, X1 이 X2 에 영향을 주고 X2 가 Y 에 영향을 주는 모형이다.

의사관계의 검증과 매개모형의 검증은 자료분석 절차나 방법에서는 전혀 구별되지 않는다. 다만 결과해석에서 개념적 차이를 가질 뿐이다. 이론적인 관점에서 X2 가 X1 에 대한 원인이라고 생각되면 의사관계의 검증이 되고, 반대로 X1 이 X2 의 원인이라고 추정되면 매개모형의 검증이 된다. 이 두가지 검증의 결과, X1 의 직접적 효과 a 가 유의미하면 종속변인 Y 에 대한 X1 의 효과는 보다 확고하고 직접적인 것으로 판단된다. 그런데 이때 특히 표본의 크기가 비교적 큰 경우, 직접적 효과를 나타내는 $R^2_{12}-R^2_2$ 가 통계적으로 유의미함에도 불구하고 매우 작은 수치를 보이는 경우가 있다.

이런 경우 결정계수의 의미를 다시 한번 환기할 필요가 있다. 결정계수는 종속변인의 변량 전체중에 독립변인에 의해 설명되는 비율을 의미한다. 마찬가지로 직접적 효과 $R^2_{12}-R^2_2$ 도 또한 종속변인의 변량 전체중에 순수하게 X1 에 의해서만 설명되는 비율이다. 그런데 독립변인이 종속변인의 변량 전체를 설명해야할 필요가 있을까? 위에서 기술된 바와 같이 종속변인의 변량중 상당부분이 측정오차에 의한 것이라면 독립변인에 의해서 이 오차변량은 설명될 수도 없고 설명될 필요도 없다. 물론 독립변인에 의해 설명되지 않는 종속변인의 변량이 모두 측정오차에 의한 것은 아니다. 회귀분석에 독립변인으로 포함되지 않은 다른 변인들이 존재할 가능성이 언제나 상존한다. 그러나 만약 연구자의 관심이 현재의 회귀분석에 독립변인으로 포함된 변인들에만 한정된다면, 그리고 그것이 이론적으로 혹은 개념적으로 정당화된다면 종속변인의 변량 전체중에 설명되는 비율을 문제삼을 것이 아니라 모든 독립변인들에 의해 설명되는 변량중에 특정한 독립변인 X1 이 설명하는 비율을 파악하는 것이 보다 더 생산적일 수도 있다. 특정한 독립변인 X1 이 설명하는 비율은 종속변인의 변량 전체에 대해서는 작을지라도 모든 독립변인과 종속변인이 공유하는 공변량에 대해서는 훨씬 더 클 수도 있다. 특히 이 '중다공변량에 대한 비율' 은 종속변인에 개입하는 측정오차에 의해서 편파되지 않는 장점 또한 지니게 된다. 왜냐하면 종속변인의 측정오차는 이론적으로 독립변인들과 공변하지 않기 때문이다.

예를 들어 지능 (Y) 을 설명하는 유전 (X1) 과 환경 (X2) 의 효과를 파악한다고 가정해보자. 이것이 <그림 3> 에 도식화되었다. 그런데 사람은 주어진 환경에 그냥 던져진 존재가 아니고 자신에게 적절한 환경을 모색하기도 하고 적극적으로 환경을 변화시키기도 하므로 지능에 대한 유전의 효과는 환경을 통하여 간접적일 수도 있다. 따라서 유전의 직접적 효과를 파악하기 위해서는 위에서 기술한 위계절차를 거치게 된다. 이를 위해서 지능의 전체 변량중에 순수하게 유전에 의해서만 설명되는 변량의 비율 II/(I+II+III+IV) 대신에 유전과 환경에 의해서 설명되는 지능의 변량중에 유전에

9) 직접적 효과의 유의미도 검증은 Cohen and Cohen (1983) 을 참조할 것.

의해서만 설명되는 부분의 비율 II/(II+III+IV)을 파악할 수도 있다. 전자가 작아도 후자는 그것보다 크다.

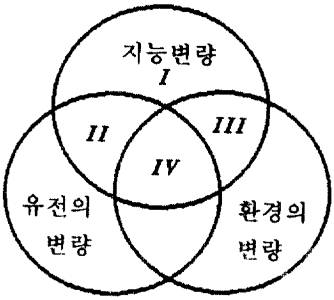

그림 3. 유전과 환경이 설명하는 가상적인 지능의 변량.

2. 해결책

의사관계의 검증이나 매개모형의 검증을 위한 중다회귀분석에서 직접적 효과를 수량화하기 위하여 가장 일반적으로 널리 이용되는 지수는 위에서 기술한 준여과상관자승이다. 이 준여과상관자승을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$sr^2_1 = R^2_{12} - R^2_2 \qquad \text{<수식 3>}$$

위의 수식에서 sr^2_1 은 종속변인에 대한 X1 의 직접적 효과를 나타내는 준여과상관자승이다. 만약 <그림 3> 의 지능을 Y, 유전을 X1, 환경을 X2 로 표기한다면, 이 지수는 종속변인의 변량 전체 (I+II+III+IV) 에 대한 II 의 비율이다. R^2_{12} 는 X1 과 X2 를 모두 독립변인으로 포함하여 중다회귀분석을 하고 구해진 결정계수이다. 이것은 <그림 3> 에서 종속변인 변량 전체에 대한 II+III+IV 의 비율이다. 마지막으로 R^2_2 는 X2 만 독립변인으로 하여 회귀분석을 하고 구해진 결정계수이다. 이것은 종속변인 변량 전체에 대한 III+IV 의 비율이다. 따라서 <수식 3> 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{II}{I+II+III+IV} =$$

$$\frac{II+III+IV}{I+II+III+IV} - \frac{III+IV}{I+II+III+IV} \text{<수식 4>}$$

<수식 4> 에서 주목해야 할 것은 준여과상관자승은 측정오차변량까지 포함한 종속변인의 모든 변량에 대한 비율이라는 사실이다. 그러나 이 비율의 수치가 매우 작고, 종속변인의 변량 전체에 대한 설명이 필수적이지 않은 경우에는 다른 두종류의 설명변량을 산출해 보는 것이 도움이 될 수 있다.

(1) 여과상관자승

그중의 하나는 소위 '여과상관 (partial correlation)' 이라는 것을 산출하여 그것을 자승한 지수이다.[10] 이 여과상관자승는 <그림 2> 에서 II/(I+II) 의 비율에 해당하는 지수이다. 즉, 종속변인 (지능) 의 변량중 환경에 의해 설명되는 부분을 제거하고, 또한 유전과 환경의 공변량을 유전에서 제거한 후, 유전의 나머지 변량이 설명하는 지능의 나머지 변량의 비율을 산출한 것이다. 이 여과상관자승을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$pr^2_1 = \frac{R^2_{12} - R^2_2}{1 - R^2_2} \qquad \text{<수식 5>}$$

10) 이 지수들을 SAS 에서는 본논문에서의 용도와 동일하게 준여과상관자승과 여과상관자승으로 명명하고 있다. 그러나 SPSS/PC 에서는 준여과상관자승을 '여과상관자승 (squared partial correlation)' 으로, 그리고 여과상관자승을 '부분상관자승 (squared part correlation)' 으로 명명한다.

<수식 5> 의 분자는 준여과상관자승을 위한 <수식 3> 의 분자와 동일하다. 그런데 <수식 3> 의 분모는 1 이고 이것은 종속변인의 변량 전체를 의미한다. 반면에 종속변인에 대한 X2 의 효과가 완전히 0 이 아닌 이상, <수식 5> 의 여과상관자승은 분모가 언제나 1 보다 작다. <수식 5> 의 분모는 종속변인의 변량 전체 (1) 에서 X2 의 효과가 제거되는 것을 의미한다. 다시 말하면, <수식 5> 의 분모는 <그림 3> 의 영역 I 과 II 를 합한 것을 의미한다. 결과적으로 여과상관자승 (pr^2_1) 은 준여과상관자승 (sr^2_1) 보다 클 수 밖에 없다. 그러나 준여과상관자승의 유의도 검증과 여과상관자승의 유의도 검증은 동일한 검증이다 (Cohen and Cohen, 1983). 따라서 하나가 통계적으로 유의미하면 다른 하나도 유의미하다. 그 반대도 언제나 성립한다. 유의도에서는 두 지수가 언제나 동일하지만 그 절대적 수치는 여과상관자승이 준여과상관자승보다 언제나 크다.

여과상관자승은 종속변인의 변량에서 X2 와의 공변량을 제거한 결과이지만 이 과정에서 종속변인에 개입된 측정오차는 조금도 제거되지 않는다는 사실에 유념할 필요가 있다. 왜냐하면 종속변인의 측정오차는 X2 와 공변하지 않기 때문이다. 따라서 여과상관자승은 여전히 측정오차에 오염된 수치이다. 반면에 다음에 설명되는 '중다공변량에 대한 비율' 은 측정오차가 완벽하게 제거된 설명변량의 비율을 제공한다.

(2) 중다공변량에 대한 비율

수치의 크기가 작은 준여과상관자승에 대한 또 하나의 대안은 위의 문제제기에서 설명한 중다공변량에 대한 비율이고, 이것은 <그림 3> 에서 II/(II+III+IV) 에 해당하는 설명변량의 비율이다. 문제제기에서 언급한 바대로 만약 연구자의 관심이 현재의 회귀분석에 독립변인으로 포함된 변인들에만 한정된다면, 그리고 그것이 이론적으로 혹은 개념적으로 정당화된다면 모든 독립변인들에 의해 설명되는 변량중에 특정한 독립변인인 X1 이 설명하는 비율을 파악하는 것이 보다 더 생산적일 수도 있다. 다만 이것은 종속변인에 영향을 줄 수 있는 많은 요인들중에 적어도 가장 중요한 것들은 중다회귀분석에 포함되어 있다는 확신을 연구자가 가지고 있어야 한다. 따라서 이 비율은 독창적인 새로운 연구를 하는 상황보다는 기존연구의 토대 위에서 그 기존연구를 보다 확장하기 위한 연구에서 유용하게 이용될 수 있는 설명지수이다. 중다공변량에 대한 비율을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\text{중다공변량에 대한 비율} = \frac{R^2_{12} - R^2_2}{R^2_{12}}$$

<수식 6>

이 지수 역시 <수식 3> 의 준여과상관자승이나 <수식 5> 의 여과상관자승과 동일한 분자를 가진다. 그러나 분모는 종속변인의 변량중 X1 과 X2 에 의해 설명되는 비율이다. 이 지수 역시 언제나 준여과상관자승 보다는 크다.

(3) 예

직접적 효과를 수량화하기 위한 세가지 지수들을 서로 비교하기 위하여 앞서 이용한 박광배 (1993) 의 자료를 분석하였다. 직무만족도가 종속변인 (Y) 이고 헌신성 (X1) 과 관여도 (X2) 가 독립변인이었다. 우선 R^2_{12} 를 산출하기 위하여 X1 과 X2 를 독립변인으로 하는 중다회귀분석을 하고 그로부터 산출한 결정계수의 값은 0.24 였다. 다음에는 R^2_2 를 산출하기 위하여 관여도만을 독립변인으로 하고 단순회귀분석을 하여 결정계수의 값 0.12 를 산출하였다. 이 수치들로부터 세가지 지수들이 다음과 같이 산출되었다.

준여과상관자승:

$$sr^2_1 = R^2_{12} - R^2_2 = 0.24 - 0.12 = 0.12$$

여과상관자승:

$$pr^2_1 = \frac{R^2_{12} - R^2_2}{1 - R^2_2} = \frac{0.24 - 0.12}{1 - 0.12} = 0.14$$

중다공변량에 대한 비율:

$$\frac{R^2_{12} - R^2_2}{R^2_{12}} = \frac{0.24 - 0.12}{0.24} = 0.50$$

본 논문의 자료에서는 준여과상관자승보다 여과상관자승이 약간 더 크다. 그럼에도 불구하고 이 두 지수가 조금밖에 차이나지 않는 이유는 종속변인에 대한 관여도 (X2) 의 효과가 비교적 작기 때문이다. 종속변인에 대한 X2 의 효과가 큰 경우에는 두지수간의 차이도 더 크게 생길 수 있다.

중다공변량에 대한 비율은 다른 두 지수들에 비하여 월등히 크다. 이것은 헌신성 (X1) 과 관여도 (X2) 가 설명하는 직무만족도의 변량중 50% 를 헌신성이 독자적으로 설명한다는 것을 의미한다. 그러면 나머지 50% 는 관여도가 독자적으로 설명하는 것일까? 대답은 그렇지 않다는 것이다. 나머지 50% 중 일부 (<그림 3> 의 IV) 는 헌신성과 관여도가 동시에 설명하고, 따라서 관여도가 독자적으로 설명하는 부분 (<그림 3> 의 III) 은 50% 보다 작다. 따라서 직무만족도를 설명하는 헌신성과 관여도중 헌신성의 설명력이 관여도의 그것보다 크다고 볼 수 있다.

(4) 중다공변량에 대한 비율의 표집분포와 유의도 검증

'중다공변량에 대한 비율' 은 필자가 임의로 만든 명칭이다. 이 지수의 가장 큰 장점은 측정오차가 독립변인과 종속변인에서 모두 제거된 후의 설명변량을 산출한다는 사실이다. 그 이유는 한 변인의 측정오차는 다른 변인과 공변하지 않는다는 원칙에 기인한다. 그러나 실제에 있어서는 측정오차가 아닌 표집오차 (sampling error) 에 의해서 약간의 공변량이 생길 수 있다. 따라서 이 지수의 보다 적절한 명칭과 정확한 표집분포 (sampling distribution) 의 속성 및 유의도 검증은 앞으로 규명되어야할 과제이다.[11] 그러나 X1 이 설명하는 중다공변량에 대한 비율을 산출하고, X2 가 설명하는 중다공변량에 대한 비율을 산출한 후, Steiger (1980) 혹은 Cohen and Cohen (1983: page 56) 에 기술된 비독립적인 (같은 피험자들로부터 구해진) 상관계수들의 차이에 대한 유의도 검증을 준용하면 독립변인들간의 상대적인 비교가 가능할 것으로 사료된다. 이점은 앞으로 좀더 연구되어야할 과제이다.

3. 결 론

앞서 언급하였듯이 이 지수는 독창적인 새로운 연구를 하는 상황보다는 기존연구의 토대위에서 그 기존연구를 보다 확장하기 위한 연구에서 유용하게 이용될 수 있는 설명지수이다. 아직까지는 정확한 표집분포와 유의도 검증방법이 알려지지 않아서 가설검증을 위한 독자적인 지수로 사용될 수는 없지만 준여과상관자승이나 여과상관자승이 유의미하면서도 그 절대적 수치가 매우 작은 경우 보조적인 지수로서의 역할을 할 수 있다.

상호작용효과를 검증하기 위한 위계적 회귀분석의 경우

중다회귀분석을 이용하여 종속변인에 대한 독립변인의 상호작용효과를 검증하기 위해서는 독립변인들을 서로 곱해준 항을 중다회귀방정

11) <수식 6> 으로 표현되는 이 비율은 변량비율들의 비율이므로 분모와 분자를 각각의 자유도로 나누어주면 이 수식의 표집분포는 F 분포를 한다고 볼 수 있다. 그러나 이 F 값의 분모가 무선오차 (random error) 가 아니므로 이 F 분포의 해석이 명확치 않다.

식에 포함시키면 된다. 즉, 독립변인 X1 과 X2 의 상호작용효과를 포함하는 중다회귀방정식은 다음과 같다.

$$Y' = a + b_1X1 + b_2X2 + b_3X1*X2$$

<수식 7>

<수식 7> 에서 X1*X2 는 상호작용항이다. 그런데 이 상호작용항은 X1 과 X2 를 서로 곱해준 것이고, 따라서 X1 과 X2 각각을 포함하고 있으며, 결과적으로 X1 및 X2 와 높은 상관관계를 가지게 된다. 중다회귀방정식의 독립변인항들이 서로 높은 상관관계를 가지면 소위 '다중공선성 (multicollinearity)' 의 문제를 일으키므로 이것을 피하기 위하여 두개의 독립변인들 X1 과 X2 를 서로 곱해주어 상호작용항을 만들기 전에 각각의 독립변인에 대하여 '센터링 (centering)' 이라는 조치를 취한다. 센터링이란 다름 아닌 각각의 독립변인에서 그들의 평균값을 빼주는 것이다. 이렇게 센터링을 한 독립변인들을 서로 곱해주어 상호작용항을 만들면 이 상호작용항 INT12 = (X1-M1)(X2-M2) 은 X1 및 X2 와 높은 상관관계를 가지지 않는다. 센터링을 한 후의 상호작용항 (INT12) 이 원래 변인들 (X1, X2) 과 상관관계를 가지지 않는 것을 이해하기 위하여 다소 극단적인 예를 들어보도록 하자.

표 2. 원래 변인값과 센터링된 상호작용항의 값

X1	X2	X1*X2	(X1-M1)(X2-M2)
1	2	2	0.75
2	1	2	0.75
3	4	12	0.75
4	3	12	0.75

<표 2> 를 보면 X1 과 X2 의 원래값을 서로 곱해준 X1*X2 는 X1 및 X2 와 높은 상관관계 (r=0.89) 를 가지지만 센터링된 (X1-M1)(X2-M2) 의 값들은 X1 및 X2 와 r=0 의 관계를 가진다는 것을 알 수 있다. 이 예는 극단적인 경우이고 센터링에 의해서 상호작용항과 다른 독립변인의 상관관계가 언제나 0 이 되는 것은 아니다. 그러나 센터링하지 않은 상호작용항과의 상관관계 보다는 매우 많이 줄어든다. 따라서 상호작용효과를 검증하는 실제의 중다회귀방정식은 다음과 같다.

$$Y' = a + b_1X1 + b_2X2 + b_3INT12$$

<수식 8>

상호작용효과가 설명하는 종속변인 변량의 비율을 산출하기 위해서는 역시 위계적 회귀분석을 한다. 두개의 독립변인을 서로 곱해준 후 위계적 회귀분석에 의하여 상호작용효과를 검증하는 방법을 처음 고안한 사람은 Saunders (1956) 로 알려져 있다. 우선 <수식 8> 의 중다회귀분석을 하여 결정계수 (R^2_{int}) 를 산출하고, 상호작용효과를 포함하지 않고 X1 과 X2 만을 포함하는 중다회귀분석을 하여 결정계수 (R^2_{12}) 를 산출한 후 그 둘의 차이 $R^2_{int} - R^2_{12}$ 를 구하면 그것이 상호작용효과에 의해 설명되는 종속변인 변량의 비율이다.

만약 이 비율이 유의미하면 종속변인에 대한 한 독립변인의 효과가 다른 독립변인의 수준에 따라서 달라진다는 것을 의미한다. 예를 들어 종속변인이 우울증이고, X1 이 공간밀집도이고, X2 가 성별일 때, 공간밀집도와 성별의 상호작용효과가 유의미하다는 것은 우울증에 미치는 공간밀집도의 영향이 남여에서 다르다는 것을 의미한다.

1. 문제

상호작용효과가 설명하는 종속변인변량의 비율 $R^2_{int}-R^2_{12}$ 은 일반적으로 매우 작다. 특히 자료가 조사연구 혹은 현장연구에서 수집된

경우 이 경향은 극심하여 Evans (1985) 는 상호작용의 설명변량이 1% 만 되어도 상대적으로 매우 큰 설명력을 갖는 것으로 보아야 한다고 주장하였다. 또한 Champoux and Peters (1987) 그리고 Chaplin (1991) 은 사회과학에서 유의미한 것으로 검증된 상호작용효과들을 조사한 결과 거의 대부분 종속변인 변량의 1%-3% 를 설명한다는 사실을 발견하였다. 실험자료에 비하여 조사자료나 현장자료에서 상호작용효과가 작은 가능한 이유들로 많이 거론되는 것은, (1) 현장자료는 실험자료보다 오차가 많고, (2) 현장자료에서는 가외변인들의 통제가 이루어지지 않아서 실험자료처럼 X-교차 하는 상호작용보다는 펼쳐진 부채살 모양 (fan-shaped) 의 상호작용이 많고, (3) 독립변인과 종속변인의 관계가 직선형이 아닌 경우가 많기 때문이라는 것이다. 그러나 불행히도 이러한 이유들은 연구자가 해결하기 어려운 것들이고, 설혹 해결한다고 하여도 매우 복잡한 분석절차를 거쳐야 한다.

최근에 들어 종속변인의 측정시에 사용된 척도의 속성 (Russell and Bobko, 1992) 과 상호작용항 (INT12) 의 잔여변량에서의 제한 (McClelland and Judd, 1993) 이 상호작용에 의해 설명되는 변량의 비율을 줄인다는 사실이 알려졌다. 이 원인들은 연구자가 비교적 쉽게 해소할 수 있는 것들이므로 여기에서는 그 이유와 해결책을 기술하고자 한다.

2. 상호작용항의 잔여변량에서의 제한

상호작용항의 잔여변량이 무엇인지 설명하기 위하여 <그림 3> 을 약간 변형하여 다음과 같이 <그림 4> 로 표현하였다.

상호작용항의 잔여변량이란 <그림 4> 의 '상호작용항의 변량 (II+IV+V+VI)' 에서 '다른 독립변인의 변량' 과 겹치는 부분 (IV+VI) 을 제외한 나머지 (II+V) 를 의미한다. 즉, X1 과 X2 를 이용하여 상호작용항 (INT12) 을 예측하기 위한 중다회귀분석 ($INT12' = a + b_1X1 + b_2X2$) 을 한 후, X1 과 X2 에 의해서 설명되지 않는 INT12 의 잔여변량 (residual variance) 을 산출한 것이다. 상호작용항이 설명하는 종속변인의 변량 (II) 이 크기 위해서는 이 '상호작용항의 잔여변량 (II+V)' 이 커야 한다. 그런데 이 상호작용의 잔여변량이 크기 위해서는 <그림 4> 에서 상호작용항의 변량이 크거나 상호작용항의 변량과 다른 독립변인의 변량이 서로 겹치는 부분이 작아야 한다. 앞서 센터링을 하면 바로 이 겹치는 부분이 작아진다는 것을 설명하였다. <표 2> 의 극단적인 예에서는 이 겹치는 부분이 완전히 0 이다. 그러나 실제 자료에서는 이 겹치는 부분이 0 이 아닐 수 있다. 따라서 센터링을 한 후에도 상호작용항과 다른 독립변인의 상관관계를 유발하는 요인을 밝혀내고, 그것을 제거하므로서 상호작용항이 설명하는 종속변인의 변량을 극대화시킬 수 있다.

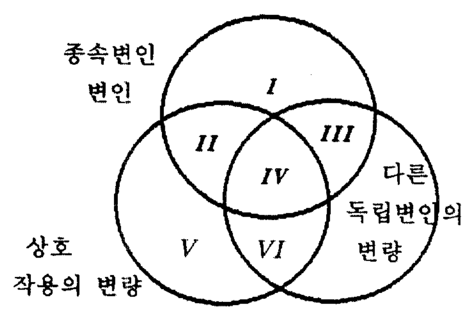

그림 4. 상호작용이 설명하는 종속변인의 변량.

어떤 경우에 센터링을 한 후에도 상호작용항 INT12 와 다른 독립변인들 X1 및 X2 가 상관관계를 가지게 될까? 첫째는 각 독립변인 X1 과 X2 의 평균을 중심으로 그보다 작은 값을 가진 사례수와 그보다 큰 값을 가진 사례수가 동일하지 않을 때이다. 예를 들어 <표 3> 과 같은 경우에 센터링한 상호작용항 (X1-M1)(X2-M2) 은 X1 및 X2 와 각각

표 3. 원래 변인값과 센터링된 상호작용항의 값

X1	X2	X1*X2	(X1-M1)(X2-M2)
2	2	4	0.16
1	2	2	0.56
2	1	2	0.56
3	4	12	0.96
4	3	12	0.96

r=0.68 의 상관관계를 가진다.

한 변인의 빈도분포가 평균을 중심으로 상하에 동일한 사례수를 가지는 경우는 여러가지가 있다. 그 대표적인 것이 '균일분포 (uniform distribution)', '정상분포 (normal distribution)', '양봉분포 (bimodal distribution)' 이다.[12] 그런데 McClelland and Judd (1993) 는 독립변인의 빈도분포가 이들중 정상분포에 가까울 때 그렇지 않을 때보다 상호작용항의 잔여변량이 최소화된다는 것을 보여주고 있다.[13] 즉, 독립변인값의 빈도가 평균을 중심으로 근접하여 모여있을 때는 상호작용항의 잔여변량이 최소가 되며, 결과적으로 상호작용이 설명하는 종속변인의 변량이 작아진다는 것이다.

이해를 돕기 위하여 다음의 <표 4> 와 같은 자료세트가 두가지 있다고 가정하자. 두가지 자료세트는 모든 면에서 동일하고 다만 X2 의 분포만 약간 다르다.

<표 4> 의 두개의 자료세트의 유일한 차이는 세트 I 에는 X2 의 평균에 가까운 사례 (D) 가 하나 더 있고, 세트 II 에는 X2 의 극단값에 가까운 사례 (H) 가 하나 더 있다는 것 뿐이다. 위에서 기술된 위계적 회귀분석의 절차에 따라서 Y 의 변량중 X1 과 X2 의 상호작용에 의해 설명되는 비율을 구하면 세트 I 에서는 12.3% (89.9%-77.6%) 가 산출되고, 세트 II 에서는 18.4% (90.3%-71.9%) 가 산출된다. 독립변인 X2 의 분포가 정상분포에 가까운 세트 I 에서보다 그렇지 않은 세트 II 에서 상호작용은 종속변인의 변량중 6% 를 더 설명하였다.

표 4. 두개의 가상적인 자료세트

세트 I				세트 II			
사례	Y	X1	X2	사례	Y	X1	X2
A	10	0	1	A	10	0	1
B	13	1	1	B	13	1	1
C	11	0	2	C	11	0	2
D	14	1	3	D	14	1	2
E	12	0	3	E	12	0	3
F	15	1	3	F	15	1	3
G	18	0	4	G	18	0	4
H	16	1	4	H	16	1	5
I	19	0	5	I	19	0	5
J	17	1	5	J	17	1	5
평균	14.5	0.5	3.1	평균	14.5	0.5	3.1

변인의 빈도분포가 정상분포한다는 것은 통계학에서 너무 자주 접하게 되는 가정이다. 그러나 위의 예에서 명백히 나타나듯이 상호작용의 효과를 파악하기 위해서는 "대략 정상분포하는" 독립변인은 전혀 도움이 되지 않는다. 이점은 상호작용이 많이 보고되는 실험연구를 상기하면 쉽게 이해가 된다. 실험설계에서는 독립변인이 결코 정상분포하지 않는다. 실험연구에서의 독립변인은 균일분포를 하게 된다. 그러나 연구자가 독립변인을 조작하지 않는 조사연구나 현장연구에서는 독립변인의 분포가

12) 양봉분포의 극단적인 형태는 실험연구의 독립변인과 같은 이분분포이다.

13) 완벽한 정상분포, 균일분포, 양봉분포에서는 모두 센터링된 상호작용항과 독립변인의 상관계수가 0 이 된다. 여기에서는 정상분포에 근접한 분포를 말한다.

평균 혹은 중앙치를 중심으로 많은 빈도가 모여있고 매우 적은 빈도가 극단값에 존재하는 양상을 보이는 것이 보통이다. 실험연구자료와 현장연구자료의 이러한 독립변인 분포의 차이 때문에 실험자료에서는 상호작용이 비교적 쉽게, 크게 나타나는 반면, 현장자료나 조사자료에서는 그렇지 못하다는 것이다.

조사연구나 현장연구의 자료에서 발생하는 이러한 문제에 대한 해결책은 무엇일까? 보다 실험설계에 가깝게 하기 위하여 중앙치를 중심으로 독립변인을 범주변인화하거나, 독립변인 상에서 상위 25% 와 하위 25% 의 집단을 다시 표집하는 방법은 독립변인이 함축하는 많은 정보를 상실하거나 통계적 검증력을 상실하는 폐단이 있어 삼가하는 것이 좋다. 가장 좋은 해결방안은 연구를 위한 사례들을 표집할 때 무선표집 (random sampling) 을 하지 않고 체계적인 일종의 층화무선표집 (stratified random sampling) 을 하는 것이다. 다시 말하면 독립변인의 각 값을 가지는 사례수가 동일하도록 미리 표집계획을 수립하고 각 값에 해당하는 사례를 정해진 수만큼 표집하는 것이다. 이러한 체계적인 표집을 하면 독립변인의 빈도분포가 균일분포하게 되고, 결과적으로 상호작용이 설명하는 종속변인의 변량비율을 극대화할 수 있다.

또한 가능하다면 독립변인들의 빈도교차분할이 균형되는 것 (balanced) 이 좋다고 한다. 이말은 독립변인들로 이루어진 교차분할표 안의 빈도들이 모두 동일한 것을 의미한다. 이것을 '독립변인들의 결합분포 (joint distribution) 가 균일하다' 고 말한다. 간단히 말해서 실험설계에서의 독립변인들의 상황과 가능한 유사하도록 표집계획을 수립하는 것이 실제 존재하는 상호작용효과를 정확히 파악해낼 가능성을 극대화한다는 것이다. 독립변인들의 빈도교차분할을 균형화하는 것은 독립변인들이 상호독립적이 되도록 조작하는 것이기도 하다. 따라서 이것은 중다회귀분석의 고질적인 문제중의 하나인 다중공선성 (multicollinearity) 을 미연에 방지하는 효과를 또한 가지게 된다. 물론 독립변인의 빈도분포를 균일화하고 균형화하기 위해서는 일반적으로 방대한 규모의 표집을 해야하고, 특히 독립변인의 아주 작거나 아주 큰 극단값을 가지는 사례를 표집하기가 매우 어려운 경우가 많다. 그러나 상호작용효과는 매우 흥미로운 발견인 경우가 많고, 그것이 학문적으로 중요시되는 경우에는 그러한 특별한 노력이 보람된 결과를 가져다 줄 수 있다.

3. 종속변인의 척도속성

간혹 이론적으로나 상식적으로 명백하게 상호작용효과가 기대되는데도 불구하고 실제 검증결과 상호작용에 의해 설명되는 종속변인의 변량이 매우 작은 경우가 있다. 예를 들면 업무성과 (performance) 에 대한 동기 (motivation) 와 능력 (ability) 의 상호작용, 혹은 심리적 부적응 (maladaptation) 에 대한 밀집환경 (crowding) 과 사회적 지지 (social support) 의 상호작용 등이다. 능력이 높아도 동기수준이 낮으면 업무성과가 증가할 수 없다. 또한 밀집환경에 처해서도 사회적인 지지와 도움이 많으면 심리적 부적응이 유발되지 않을 것이다. 이론적으로나 상식적으로 매우 신빙성이 높은 이러한 상호작용효과가 실제 검증에서는 매우 미약하게 나오는 경우, 종속변인의 척도속성에 대하여 한번쯤 주의를 기울일 필요가 있다.

우선 종속변인이 반영하는 잠재적인 속성과 그 속성이 표출되는 측정치의 관계를 생각해보자. 예를 들어 종속변인이 반영하는 잠재적인 속성 '업무성과' 가 실제에 있어서 50 개의 단계로 이루어져 있다고 가정해보자. 그런데 이 업무성과를 측정하는 척도는 5 점 Likert 척도가 사용되었다고 가정하자. 이런 경우 각 사례는 실제에 있어서 50 개의 단계중 하나의 업무성과를 보유하고 있지만 종속변인 측정치의 5 개 점수중 하나로 자료화될 수 밖에 없다.

이런 경우 종속변인의 측정과정에서 잠재적인 속성에 대한 많은 정보가 상실될 뿐만 아니라 측정오차가 많이 개입될 수 밖에 없다. 이러한 정보상실과 측정오차가 발생하면 실제 잠재속성들 사이에서는 높은 상호작용이 존재하더라도 측정된 자료의 비정교성에 의해서 상호작용효과가 약하게 나올 수 있다 (Russell, Pinto, and Bobko, 1991).[14]

그런데 이와 관련하여 한가지 흥미로운 문제가 Russell and Bobko (1992) 에 의해 제기되었다. 위에서 설명하였듯이 중다회귀분석에서 상호작용효과는 두개의 독립변인을 서로 곱해준 항에 의해서 검증된다. 예를 들어 두개의 독립변인 X1 과 X2 가 각각 5 점 Likert 척도에 의하여 측정되었다면 이 두개의 독립변인을 곱해준 상호작용항은 5x5=25 개의 값을 가지게 된다. 이제, 종속변인에 대한 X1 과 X2 의 상호작용효과가 진실로 존재한다고 가정하자. 그것은 바로 종속변인이 25 개의 단계를 가진다는 것을 의미한다. 왜냐하면 중다회귀분석의 맥락에서 상호작용효과가 있다는 것은 종속변인이 상호작용항의 선형함수라는 것을 의미하고, 선형함수관계 (linear relation) 에 있는 두변인의 값들은 서로 1:1 의 대응관계를 가지기 때문이다. 그런데 이때 만약 실제로 자료수집에서 이용된 종속변인의 척도가 25 개 보다 작은 단계를 가지면 정보상실이 발생하고 따라서 진실로 존재하는 상호작용효과가 그 자료에 제대로 반영되지 않는다.

따라서 상호작용효과를 검증하기 위한 연구에서는 종속변인이 많은 수의 값을 가질 수 있도록 측정도구를 준비하는 것이 중요하다. 종속변인이 많은 수의 값을 가질 수 있어야 진정으로 상호작용효과가 존재하는 경우 그것을 섬세하게 파악할 수 있게 된다는 것이다. 종속변인이 척도점수인 경우는 어떨까? 예를 들어 종속변인이 '예-아니오' 로 응답하는 30 개의 문항들로 구성된 척도인 경우는 종속변인의 값이 0 부터 30 까지의 수치를 가질 수 있다. 그러나 Russell and Bobko (1992) 는 상호작용효과가 존재하는 경우 각 문항에 대한 응답에서 많은 정보가 상실되고 오차가 개입하므로 그것이 누적된 척도점수에서도 상호작용효과의 존재를 확인하기 어려워진다고 주장한다. 따라서 Russell and Bobko (1992) 는 상호작용효과를 검증하기 위한 연구에서는 종속변인의 측정을 위하여 단속적인 Likert 척도보다는 연속적인 '분할선 척도 (line segment scale)' 를 사용할 것을 권하고 있다.

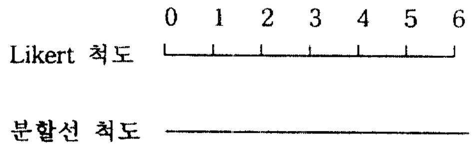

그림 5. Likert 척도와 분할선 척도

<그림 5> 의 분할선 척도는 선의 양끝의 의미를 응답자에게 알려주고 응답자가 그 중간의 적당한 위치에 표시를 하는 척도이다. 그러면 연구자는 선의 오른쪽 끝 혹은 왼쪽 끝에서부터 표시된 지점까지의 거리를 mm 단위의 자로 측정하여 자료화한다.

4. 결 론

중다회귀분석을 통하여 상호작용효과가 설명하는 종속변인의 변량을 산출하기 위해서는 연구계획 단계에서 두가지를 염두에 둘 필요가 있다. 첫째, 연구대상자를 무선표집하는 대신 독립변인의 빈도분포가 균일분포하도록 계획적으로 표집하는 것이다. 가능하다면 독립변인들의 빈도교차분할이 균형되도록 (balanced) 배려하는 것이 유리하다. 둘째로, 종속변인이 가능한 많은 값을 가지도록 배려하는 것이다.

14) 경우에 따라서는 실제 상호작용효과보다 훨씬 더 큰 상호작용효과가 검출될 수도 있다.

이를 위하여 Likert 척도보다는 분할선 척도가 권장된다. 설혹 종속변인이 여러개의 문항으로 이루어진 척도인 경우에도 각 문항에 대한 응답을 분할선 척도로 측정하는 것이 상호작용 효과의 파악을 위하여 더 정확성을 높이는 방법이다.

요 약

종속변인에 대한 독립변인의 효과 혹은 설명력을 나타내는 결정계수 (R^2) 는 물론 일차적으로 종속변인과 독립변인의 실제적 관계의 정도에 의해서 결정된다. 그러나 경우에 따라서는 실제적 관계의 정도는 강하면서도 다른 이유들로 인해서 작은 수치의 결정계수가 산출될 수 있다.

그 대표적인 것이 측정오차이다. 측정오차의 존재는 각 변인의 변량을 증가시키지만 변인들 사이의 공변량을 증가시키지 않고, 따라서 변량에 대한 공변량의 비율을 줄이는 결과를 초래하기 때문이다. 따라서 자료분석 결과 산출된 결정계수가 유의미하면서도 그 절대적 수치가 이론적, 상식적인 관점에서 납득하기 힘든 정도로 작은 경우에는 LISREL 분석에 의하여 측정오차를 제거한 설명변량을 산출해보는 것이 좋다. 이때에는 미리 추정한 각 변인의 측정오차변량과 신뢰도를 이용하여 모형을 구성한다. LISREL 분석에서 자동적 (default) 으로 산출되는 '구조방정식의 전체 결정계수' 가 유용한 자료이다. 구조방정식의 전체 결정계수는 독립변인과 종속변인 모두에서 측정오차가 제거된 후에 산출된 설명변량의 비율이다. 이 지수는 유의도 검증을 할 수 있다.

직접적 효과를 나타내는 결정계수에는 여러 종류가 있다. 준여과상관자승은 종속변인의 변량 전체에 대한 설명비율이고, 여과상관자승은 종속변인의 변량중 다른 독립변인이 설명하지 못하는 부분에 대한 설명비율인 반면, 중다공변량에 대한 비율은 종속변인의 변량중 모든 독립변인들이 설명하는 부분에서 특정한 독립변인이 차지하는 비율이다. 준여과상관자승과 여과상관자승은 직접적 효과에 의한 설명변량으로서 이미 널리 알려진 지수들이다. 여과상관자승은 'R^2-차이' 로 널리 알려진 준여과상관자승보다 더 큰 수치를 보인다. 따라서 R^2-차이 (준여과상관자승) 의 수치가 작은 경우에는 여과상관자승의 크기를 검토해볼 필요가 있다. 이 두지수는 수치가 다르긴 하지만 동일한 유의도 수준을 가지는 통계지수들이다. 또한 연구자의 의도와 연구의 성격에 따라서 '중다공변량에 대한 비율' 을 산출해보는 것이 도움이 될 수도 있다. 다만 중다공변량에 대한 비율은 아직 유의도 검증방법이 명확하지 않고, 따라서 그 자체로서 독자적인 판단지수는 아직 못된다는 것을 유념할 필요가 있다.

조사연구나 현장연구에서 도출되는 상호작용효과는 실험연구에 비하여 전형적으로 그 수치가 매우 작다. 따라서 상호작용효과를 검증하려는 연구자는 연구계획단계에서 독립변인과 종속변인에 대하여 특별한 주의를 기울일 필요가 있다. 우선 첫째로 상호작용항을 구성할 때 센터링을 하는 것을 잊으면 안된다. 센터링은 상호작용항과 다른 독립변인항의 상관관계를 최소화시켜서 결과적으로 상호작용의 직접적 효과를 극대화시키기 위한 조치이다. 따라서 상호작용효과의 검증을 위하여 센터링은 다중공선성의 문제가 존재하건 하지 않건 상관없이 반드시 선행하는 것이 좋다. 또한 독립변인에 대해서는 그 빈도분포가 정상분포가 아닌 균일분포하고, 독립변인들의 균일분포가 서로 교차분할될 경우 균형화되도록 계획적인 표집을 하는 것이 상호작용효과를 정확히 파악할 가능성을 높이는 방법이다. 왜냐하면 독립변인들의 빈도분포와 그들의 결합분포가 정상분포할 때보다 그들이 균일분포할 때 센터링에 의해서 구성된 상호작용항과 다른 독립변인들과의 상관관계가 더 작아지기 때문이다. 종속변인에 대해서는 Likert 척도 혹은 그와 유사한 단속적인 척도를 사용하기 보다는 가능한

많은 값을 가지는 연속적인 척도를 사용하는 것이 상호작용에 의해 설명되는 종속변인의 변량비율을 증가시키는 방법이다. 종속변인이 적은 수의 값을 가지는 경우에는 상호작용항의 선형조합에 의한 변환과정 (회귀방정식) 에서 많은 정보가 상실되고 오차가 개입하므로 상호작용의 효과가 제대로 나오지 않기 때문이다. 이점은 여러개의 문항들로 이루어진 척도의 점수가 종속변인으로 이용되는 경우에도 적용되는 원칙이다.

참 고 문 헌

박광배 (1993). 사랑과 일에 대한 일-가정의 상충효과: 남성들의 경우. **한국심리학회지: 사회**, *7*, 212-225.

Champoux, J. E. and Peters, W. S. (1987). Form, effect size, and power in moderated regression analysis. *Journal of Occupational Psychology, 60*, 243-255.

Chaplin, W. F. (1991). The next generation of moderator research in personality psychology. *Journal of Personality, 59*, 143-178.

Cohen, J. and Cohen, P. (1983). *Applied Multiple Regression/Correlation Analysis for the Behavioral Sciences.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hamilton, L. C. (1990). *Modern Data Analysis: A First Course in Applied Statistics.* Pacific Grove, California: Brooks/Cole.

Jöreskog, K. G. and Sörbom, D. (1989). *LISREL 7: A Guide to the Program and Applications.* Chicago, IL: SPSS INC.

McClelland, G. H. and Judd, C. M. (1993). Statistical difficulties of detecting interactions and moderator effects. *Psychological Bulletin, 114*, 376-389.

Russell, C. J. and Bobko, P. (1992). Moderated regression analysis and Likert scales: Too coarse for comfort. *Journal of Applied Psychology, 77*, 336-342.

Russell, C. J., Pinto, J. K., and Bobko, P. (1991). Appropriate moderated regression and inappropriate research strategy: A demonstration of information loss due to scale coarseness. *Applied Psychological Measurement, 15*, 125-135.

Saunders, D. R. (1956). Moderator variables in prediction. *Educational and Psychological Measurement, 16*, 209-222.

Steiger, J. H. (1980). Tests for comparing elements of a correlation matrix. *Psychological Bulletin, 87*, 245-251.

부 록

1. 반분검사 신뢰도로부터 전체검사 신뢰도를 추정하는 Spearman-Brown 공식.

$$\rho_{XX'} = \frac{2\rho_{YY'}}{1+\rho_{YY'}}$$

$\rho_{XX'}$: 전체검사 신뢰도,

$\rho_{YY'}$: 반분검사 신뢰도

2. 측정오차에 의한 변량 (variance) 의 변화

$(\overline{A+E}) = \overline{A} + \overline{E}$ 이므로

$$\sigma^2_{A+E} = \frac{\Sigma\,(A+E-(\overline{A+E}))^2}{n} =$$

$$\frac{\Sigma\,((A-\overline{A})+(E-\overline{E}))^2}{n} =$$

$$\sigma^2_A + 2COV(A,E) + \sigma^2_E$$

그런데 COV(A,E)=0 이므로

$$= \sigma^2_A + \sigma^2_E$$

3. 측정오차에 의한 공변량 (covariance) 의 변화

$$COV(A+E_A, B+E_B) = COV(A,B) + COV(A, E_B) +$$

$$COV(B, E_A) + COV(E_A, E_B)$$

$$= COV(A,B) + 0 + 0 + 0 \;= COV(A,B).$$

韓國心理學會誌
Korean Journal of Psychology
1994. Vol. 13. No. 1, 1-20

Some Solutions for the Coefficient of Determination That is Too Small in Size : Cases of Multiple Regression

Kwang B. Park

Choongbuk National University

When the coefficient of determination from a multiple regression analysis is significant but too small in size, it is worth while to estimate the amount of variance in the dependent variable(DV) that is accounted for by the independent variables(IV) after the measurement error in the DV is eliminated. For this estimation, a LISREL model incorporating the reliabilities of the variables could be utilized. The Total Coefficient of Determination of the Structural Equations from the LISREL output is a useful index which could be subjected to a significance testing. If the primary interest of the researcher lies in the direct effect of an IV, he/she needs to exameine the size of the squared partial correlation as well as the size of the squared semi-partial correlation. Sometimes, "Proportion of the Multiple Covariance" could be an informal, yet useful, index of the effect size, depending on the research circumstances. The interaction effects from survey of field researchs are typically smaller then those from experimantal studies. In order to obtain the maximum magnitude of the interaction effect from a survey or field study, it is recommended to employ a sampling plan which assures the uniform distributions of the IV and to use a line segment scale instead of a Likert scale to measure the DV.